



แนวทางการจัดการเรียนรู้ ที่เน้นกลยุทธ์และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Problem Solving)



โดย
กาญจนา วิเศษรินทอง
ศึกษานิเทศก์

กลุ่มนิเทศ ติดตามและประเมินผล
สำนักงานศึกษาธิการจังหวัดมหาสารคาม

แนวทางการจัดการเรียนรู้
ที่เน้นกลยุทธ์และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
(Problem solving)

โดย
กาญจนา วิเศษรินทอง
ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ

กลุ่มนิเทศ ติดตาม และประเมินผล
สำนักงานศึกษาธิการจังหวัดมหาสารคาม
กระทรวงศึกษาธิการ

สารบัญ

บทที่	หน้า
ส่วนที่ 1 ความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Problem solving)	1
วัตถุประสงค์	1
สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	1
ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์.....	2
ความสำคัญของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	2
ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี	4
กระบวนการแก้ปัญหา	4
กลยุทธ์แก้ปัญหา.....	9
กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการเดาและตรวจสอบ	11
กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการสร้างตาราง	14
กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการแจกแจงรายการ	18
กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยใช้แบบรูป	21
กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง	23
กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย	26
กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการทำย้อนกลับ	29
กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ.....	32
บทบาทของครูในการสอนการแก้ปัญหา.....	35
การประเมินความก้าวหน้าในการแก้ปัญหา.....	37
เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหา	37
ส่วนที่ 2 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	39
แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	40
การเตรียมตัวล่วงหน้าของครู	41
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้	42
ส่วนที่ 3 กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหาและแนวคิดกิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา.....	49
กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหาโดยการเดาและตรวจสอบ	50
กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหาโดยการสร้างตาราง	56
กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหาโดยการแจกแจงรายการ	63

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหาโดยใช้แบบรูป	69
กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหาโดยการวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง	75
กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหาโดยการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย	81
กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหาโดยการทำย้อนกลับ	87
กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ	93
แนวคิดกิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา.....	99
บรรณานุกรม	145

คำนำ

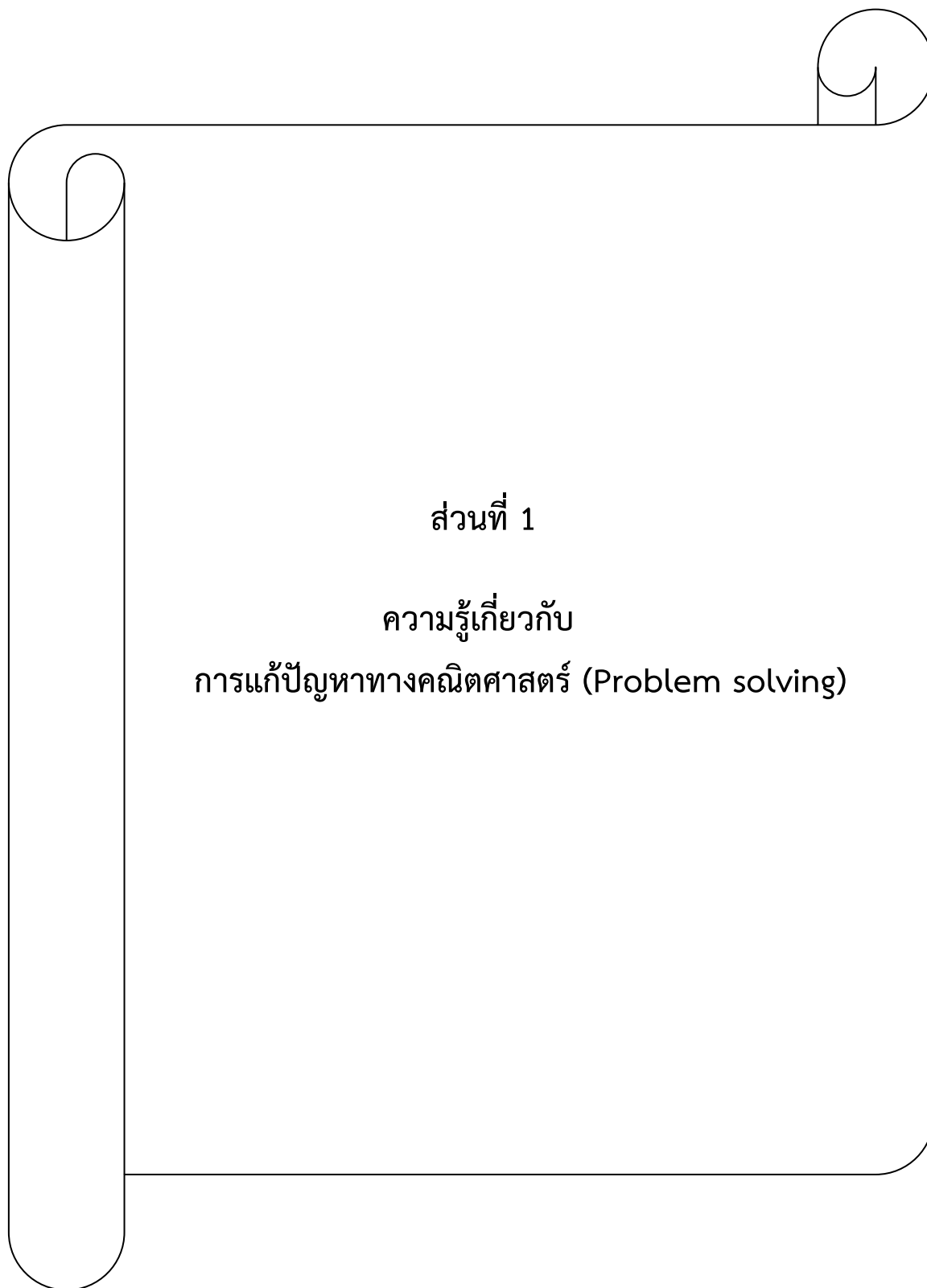
เอกสารแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกลยุทธ์และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Problem solving) ที่จัดทำขึ้นเล่มนี้ ผู้ศึกษาในฐานะศึกษานิเทศก์ที่รับผิดชอบพัฒนาหลักสูตรการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ ได้จัดทำขึ้นสำหรับให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อกลุ่มสาระการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน เนื้อหาในเอกสารเล่มนี้ให้ความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์แก้ปัญหา บทบาทของครูในการสอนการแก้ปัญหา การประเมินความก้าวหน้าในการแก้ปัญหา เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหา แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ พร้อมทั้งกิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหาและแนวคิดกิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งมีเนื้อหาคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ปรับปรุงปี พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ การนำเสนอเนื้อหาง่ายต่อการทำความเข้าใจ ซึ่งครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้จะได้แนวทางการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแนวทางในการจัดกิจกรรม อีกทั้งสามารถนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาก็วิชาอื่นๆ ได้

หวังเป็นอย่างยิ่งว่า เอกสารฉบับนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนคณิตศาสตร์ สามารถนำไปจัดการเรียนรู้สำหรับนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ หรือผู้ที่สนใจทั่วไปนำไปใช้ประโยชน์ได้

กาญจนา วิเศษรินทอง

ศึกษานิเทศก์

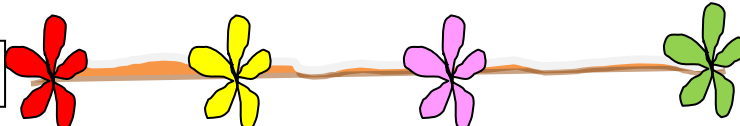
สำนักงานศึกษาธิการจังหวัดมหาสารคาม



ส่วนที่ 1

ความรู้เกี่ยวกับ
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Problem solving)

วัตถุประสงค์



1. เพื่อให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ได้รับความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับ ความหมายของปัญหา คณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหากลยุทธ์การแก้ปัญห การแก้ปัญหโดยใช้วิธีการที่หลากหลาย
2. เพื่อให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ได้แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหทาง คณิตศาสตร์

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

1. ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และ ต้องการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที
2. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ขั้นตอน/กระบวนการ แก้ปัญหา กลยุทธ์แก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์
3. กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา(polya: 1957) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้
 - ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
 - ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา
 - ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน
 - ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ
4. กลยุทธ์ที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหามีหลายวิธี เช่น
 - (1) การเดาและตรวจสอบ
 - (2) การสร้างตาราง
 - (3) การแจกแจงรายการ
 - (4) การเขียนแบบรูป
 - (5) การวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง สื่อต่าง ๆ
 - (6) การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย
 - (7) การทำย้อนกลับ
 - (8) การใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ
5. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการจัดกิจกรรมการเรียน การสอนโดยผ่านกิจกรรมปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของนักเรียน ให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ต้องคำนึงถึงลักษณะของปัญหาที่ดี



ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์



ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์แก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์

ความสำคัญของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์



1. การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญมากในการพัฒนาคุณภาพบุคลากร เนื่องจากวิชานี้ฝึกทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล การคิดสร้างสรรค์ ที่เป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตและการเตรียมตัวนักเรียนเพื่อการเป็นสมาชิกที่ดีของสังคม ส่งเสริมให้นักเรียนในการพัฒนาตนเอง รู้จักวิธีการแก้ปัญหาและสามารถตัดสินใจในการเลือกอาชีพตามความถนัด ความสนใจ และความสามารถของตนเอง นอกจากนี้ในชีวิตประจำวันทุกคนก็ต้องใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การบอกเวลา การแลกเปลี่ยนเงินตรา การอ่านแผนภูมิและกราฟ การตัดสินใจ การเปรียบเทียบพิจารณาเลือกซื้อสิ่งของ หรือการประกอบอาชีพต่างๆ ก็ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนจะช่วยฝึกทักษะการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน

2. การเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ถ้านักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ สนุกสนาน ก็จะทำให้มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนได้ และสามารถนำความรู้ที่เรียนนั้นไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ แต่ถ้านักเรียนเรียนด้วยการท่องจำ คิดคำนวณได้เฉพาะปัญหาที่มีสัญลักษณ์ ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ที่เรียนกับสิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย ครูผู้สอนควรต้องสรรหากลยุทธ์วิธีสอนที่ทำให้นักเรียนเข้าใจเรียนรู้ได้อย่างสนุกสนาน เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สนใจที่จะคิดและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นคนคิดเป็น และคิดอย่างมีเหตุผล สามารถใช้ความรู้คณิตศาสตร์

3. การนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา

การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ถ้านักเรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหอย่างสม่ำเสมอจะทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ดังนั้นบทบาทของครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ควรจะทำให้การแก้ปัญหเป็นส่วนหนึ่งของการสอน

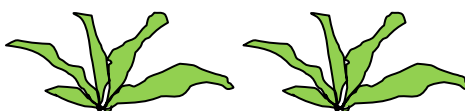
ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี



ลักษณะของปัญหาที่ดีควรมีลักษณะ ดังนี้

1. ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน
2. ปัญหาที่แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ท้าทายความสามารถของนักเรียน
3. ปัญหาที่เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตประจำวัน
4. ปัญหาในสถานการณ์จริง
5. ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6. ปัญหาที่ใช้กลยุทธ์แก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์
7. ปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไป
8. ปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียนเพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
9. ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ
10. ปัญหาที่ใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัย กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจได้ง่ายและเหมาะสมกับระดับพัฒนาการของนักเรียน
11. ปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่มีคำตอบเลย
12. ปัญหาที่มีข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

กระบวนการแก้ปัญหา



กระบวนการแก้ปัญหา เป็นทักษะที่ครูสามารถนำมาสอนเพื่อพัฒนาให้นักเรียนให้เป็นผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหา โดยการจัดบรรยากาศของการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียน เช่น การให้นักเรียนแก้ปัญหาประจำวัน ประจำสัปดาห์ การให้คะแนนรางวัลพิเศษ เพิ่มสำหรับความพยายามในการแก้ปัญหา การจัดมุมแก้ปัญหาในห้องเรียน เป็นต้น ครูควรพยายามใช้ความสามารถในทุกวิถีทาง มีการวางแผนการสอนอย่างรอบคอบ เตรียมปัญหาที่น่าสนใจ ท้าทายความสามารถของนักเรียน ให้นักเรียนได้ฝึกฝนเกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา สามารถแก้ปัญหาและถ่ายโยงความรู้จากการเรียนไปสู่การแก้ปัญหา ในสถานการณ์อื่นๆ ในชีวิตประจำวันได้ การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่เน้นกระบวนการที่ได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าผลลัพธ์ ในการพัฒนาจึงต้องมีขั้นตอน ต้องใช้เวลา และพัฒนาอย่างต่อเนื่องด้วยสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลาย

เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะ/กระบวนการอย่างหนึ่ง ดังนั้นครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา แม้ว่าจะมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ แต่มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ไม่รู้ว่าควรจะเริ่มต้นแก้ปัญหานั้นอย่างไร และจะดำเนินการแก้ปัญหายังไงต่อไป ทั้งนี้ อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่มีความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

กระบวนการแก้ปัญหาย่อยรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ **กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya:1957)** ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหา ผู้ที่ต้องการแก้ปัญหานั้นนักเรียนต้องวิเคราะห์ให้ได้ว่าปัญหานั้นกำหนดสิ่งใดให้บ้าง และต้องการให้หาอะไร สิ่งที่กำหนดให้จากปัญหากับสิ่งที่โจทย์ถามเกี่ยวข้องหรือมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ถ้าเป็นการแก้โจทย์ปัญหาในหนังสือแบบเรียนในขั้นนี้ครูผู้สอนควรนำเสนอแนะว่า โจทย์กำหนดอะไรให้ แล้วให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และโจทย์ถามอะไร สำหรับในขั้นทำความเข้าใจปัญหา ผู้ที่ต้องการแก้ปัญหานั้นนักเรียนควรดำเนินการด้วยตนเองให้ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ผู้ที่ต้องการแก้ปัญหานั้นนักเรียนต้องเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา จะดำเนินการหาคำตอบของปัญหานั้นได้อย่างไร โดยเลือกกลยุทธ์ที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

ขั้นตอนนี้ลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหา ตามแนวทางหรือกลยุทธ์ที่ได้เลือกไว้จนกระทั่งหาคำตอบของปัญหานั้นได้ อาจให้ผู้ที่ต้องการแก้ปัญหานั้นนักเรียนหากกลยุทธ์แก้ปัญหาใหม่ที่แตกต่างจากวิธีนี้อีกหลาย ๆ วิธี เพื่อเป็นการพัฒนาแนวคิดในการแก้ปัญหาคด้วยวิธีการที่หลากหลายต่อไป

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

นำคำตอบที่หาได้ไปตรวจสอบความถูกต้อง โดยการย้อนกลับจากคำตอบไปสู่สิ่งที่กำหนดให้ เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจสอบว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าวๆ



ลองศึกษาตัวอย่างสถานการณ์
ปัญหาที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหา
นะครับ....

ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya: 1957)

ซื้ออย่างไร ... จึงจะประหยัดเงิน

ร้านขายส่งน้ำตาลทราย มีน้ำตาลทรายใส่ถุง 2 ชนิด คือ น้ำตาลทรายชนิดที่ 1 ขนาดถุงละ 3 กิโลกรัม ขายราคาถุงละ 36 บาท และน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ขนาดถุงละ 4 กิโลกรัม ขายราคาถุงละ 42 บาท แม้ต้องการน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดรวม 48 กิโลกรัม เพื่อมาผสมทำขนมขาย แม่ควรจะซื้อน้ำตาลทั้งสองชนิด อย่างละกี่ถุง จึงจะพอดีและประหยัดเงินที่สุด

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สถานการณ์กำหนดอะไรให้

- มีน้ำตาลทราย 2 ชนิด
- บรรจุน้ำตาลทรายชนิดที่ 1 ขนาดถุงละ 3 กิโลกรัม ขายถุงละ 36 บาท
- บรรจุน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ขนาดถุงละ 4 กิโลกรัม ขายถุงละ 42 บาท
- แม่ต้องการน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดรวม 48 กิโลกรัม

สถานการณ์ถามอะไร

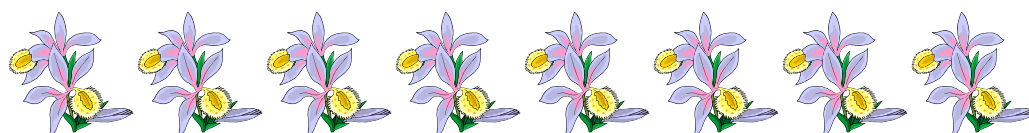
แม่ต้องซื้อน้ำตาลทรายทั้งสองชนิด อย่างละกี่ถุง จึงจะพอดีและประหยัดที่สุด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากสถานการณ์ดังกล่าว อาจใช้กลยุทธ์แจกแจงรายการและสร้างตาราง

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

จากการวิเคราะห์คำถามของสถานการณ์ที่ว่า แม่ต้องซื้อน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดอย่างละกี่ถุง จึงจะพอดีและประหยัดที่สุด แสดงว่าต้องซื้อน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 มากกว่าน้ำตาลทรายชนิดที่ 1 เพราะน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ราคาต่อกิโลกรัมถูกกว่า โดยมีเงื่อนไขของสถานการณ์ คือ ต้องซื้อน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดรวม 48 กิโลกรัม อาจแจกแจงรายการในตารางได้ดังนี้



น้ำตาลทราย ชนิดที่ 2 ถุงละ 4 กก.	น้ำตาลทราย ชนิดที่ 1 ถุงละ 3 กก.	รวมน้ำหนัก น้ำตาลทราย 2 ชนิด (กก.)	รวมเงินทั้งหมด (บาท)	หมายเหตุ
11 ถุง (44 กก.)	1 ถุง (3 กก.)	$44 + 3 = 47$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
11 ถุง (44 กก.)	2 ถุง (6 กก.)	$44 + 6 = 50$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
10 ถุง (40 กก.)	2 ถุง (6 กก.)	$40 + 6 = 46$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
10 ถุง (40 กก.)	3 ถุง (9 กก.)	$40 + 9 = 49$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
9 ถุง(36 กก.)	4 ถุง (12 กก.)	$36 + 12 = 48$	$(9 \times 42) + (4 \times 36) = 522$	เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
8 ถุง (32 กก.)	5 ถุง (15 กก.)	$32 + 15 = 47$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
7 ถุง (28 กก.)	6 ถุง (18 กก.)	$28 + 18 = 46$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
7 ถุง (28 กก.)	7 ถุง (21 กก.)	$28 + 21 = 49$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
6 ถุง(24 กก.)	8 ถุง(24 กก.)	$24 + 24 = 48$	$(6 \times 42) + (8 \times 36) = 540$	เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
5 ถุง (20 กก.)	9 ถุง (27 กก.)	$20 + 27 = 47$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
5 ถุง (20 กก.)	10 ถุง (30 กก.)	$20 + 30 = 50$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
4 ถุง (16 กก.)	10 ถุง (30 กก.)	$16 + 30 = 46$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
4 ถุง (16 กก.)	11 ถุง (33 กก.)	$16 + 33 = 49$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
3 ถุง(12 กก.)	12 ถุง (36 กก.)	$12 + 36 = 48$	$(3 \times 42) + (12 \times 36) = 558$	เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์

น้ำตาลทราย ชนิดที่ 2 ถุงละ 4 กก.	น้ำตาลทราย ชนิดที่ 1 ถุงละ 3 กก.	รวมน้ำหนัก น้ำตาลทราย 2 ชนิด (กก.)	รวมเงินทั้งหมด (บาท)	หมายเหตุ
2 ถุง (8 กก.)	13 ถุง (39 กก.)	$8 + 39 = 47$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
2 ถุง (8 กก.)	14 ถุง (42 กก.)	$8 + 42 = 50$		เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
1 ถุง (4 กก.)	14 ถุง (42 กก.)	$4 + 42 = 46$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
1 ถุง (4 กก.)	15 ถุง (45 กก.)	$4 + 45 = 49$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์

สรุปว่า (1) แม่ควรซื้อน้ำตาลทรายชนิดที่ 1 ถุงละ 3 กิโลกรัม จำนวน 4 ถุง
ราคาถุงละ 36 บาท เป็นเงิน 144 บาท
(2) แม่ควรซื้อน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ถุงละ 4 กิโลกรัม จำนวน 9 ถุง
ราคาถุงละ 42 บาท เป็นเงิน 378 บาท แม่ต้องจ่ายเงิน 522 บาท
จึงจะพอดีและประหยัดเงินที่สุด



ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

พิจารณารายละเอียดจากตาราง ดังนี้

น้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ถุงละ 4 กก.	น้ำตาลทรายชนิดที่ 1 ถุงละ 3 กก.	รวมน้ำหนักน้ำตาลทราย 2 ชนิด (กก.)	รวมเงินทั้งหมด
9 ถุง (36 กก.)	4 ถุง (12 กก.)	$36 + 12 = 48$	$(9 \times 42) + (4 \times 36) = 522$
6 ถุง (24 กก.)	8 ถุง (24 กก.)	$24 + 24 = 48$	$(6 \times 42) + (8 \times 36) = 540$
3 ถุง (12 กก.)	12 ถุง (36 กก.)	$12 + 36 = 48$	$(3 \times 42) + (12 \times 36) = 558$

ถ้าแม่ต้องการซื้อน้ำตาลทรายทั้ง 2 ชนิด ให้พอดีและประหยัดเงินที่สุด
ต้องซื้อน้ำตาลทรายชนิดที่ 1 ขนาดถุงละ 3 กิโลกรัม ราคาถุงละ 36 บาท จำนวน 4 ถุง
และซื้อน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ขนาดถุงละ 4 กิโลกรัม ราคาถุงละ 42 บาท จำนวน 9 ถุง

กลยุทธ์การแก้ปัญหา



คำว่า กลยุทธ์ (Strategy) หรือ ยุทธวิธีนี้ Webster ได้ให้ความหมายว่า หมายถึง การวางแผนอย่างระมัดระวัง ศิลปะการวางแผนไปสู่เป้าหมาย

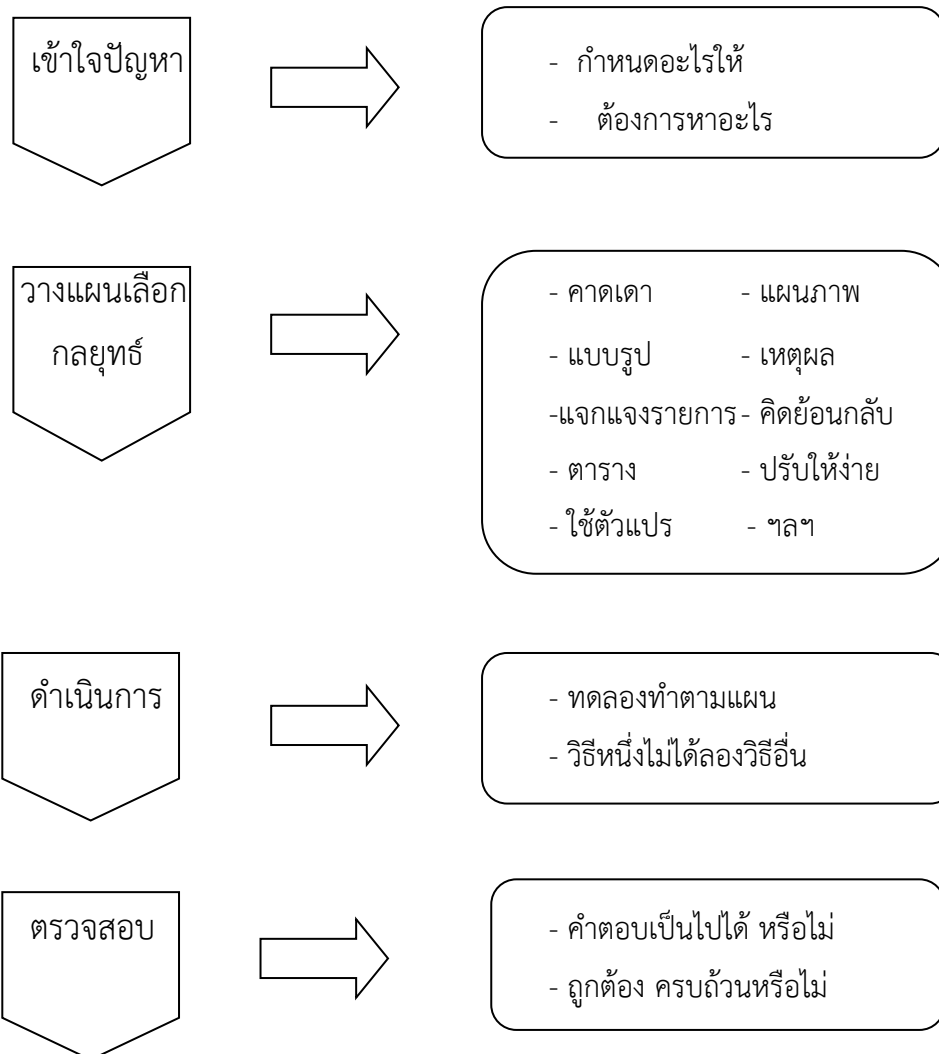
กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา จึงอาจหมายถึง การวางแผนอย่างระมัดระวังในการทำงานแก้ปัญหา หรือศิลปะของการวางแผนแก้ปัญหา การทำงานสถานการณ์ต่างๆที่อาจต้องใช้ความมุ่งมั่นในการทำงาน เนื่องจากยังมองไม่เห็นแนวทางหรือวิธีการที่เด่นชัดที่จะไปสู่เป้าหมายหรือคำตอบ

กลยุทธ์หรือยุทธวิธีแก้ปัญหา เป็นเครื่องมือสำคัญในการแก้ปัญหา ผู้ที่รู้จักกลยุทธ์แก้ปัญหาหลายรูปแบบเปรียบเสมือนช่างฝีมือที่มีเครื่องมือหลายชนิด สามารถเลือกเครื่องมือเหมาะสมกับงานและทำงานนั้นให้สำเร็จโดยง่าย ดังนั้นการเรียนรู้กลยุทธ์แก้ปัญหาก็จะเป็นการเพิ่มวิธีการแก้ปัญหาให้กับตนเอง เมื่อพบปัญหาสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับปัญหา สามารถแก้ปัญหาให้สำเร็จได้โดยง่าย ปัญหาบางปัญหาสามารถใช้กลยุทธ์แก้ปัญหาได้มากกว่า 1 วิธี ถ้านักเรียนมีความคุ้นเคยกับกลยุทธ์แก้ปัญหาต่างๆ ที่เหมาะสมและหลากหลายแล้ว นักเรียนสามารถเลือกกลยุทธ์เหล่านั้นมาใช้ได้ทันที กลยุทธ์ที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ ที่นำเสนอไว้ในเอกสารเล่มนี้ เพื่อให้ครูคณิตศาสตร์ได้ศึกษาและนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 8 กลยุทธ์ ได้แก่

1. การเดาและตรวจสอบ
2. การสร้างตาราง
3. การแจกแจงรายการ
4. การเขียนแบบรูป
5. การวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง สื่อต่าง ๆ
6. การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย
7. การทำย้อนกลับ
8. การใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ



1. ปัญหาแต่ละปัญหาอาจเลือกใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาได้หลายวิธี เลือกวิธีที่ง่ายและเหมาะสม
2. กลยุทธ์ใดแก้ปัญหานั้นไม่ได้ ให้ลองใช้กลยุทธ์อื่น
3. บางปัญหาอาจต้องใช้หลายกลยุทธ์ประกอบกัน
4. คำตอบของบางปัญหา อาจจะ
 - มีคำตอบเดียว
 - มีหลายคำตอบ



ภาพประกอบ กลยุทธ์การแก้ปัญหา



ขอแนะนำอายุละเอียด
พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ
ที่ละกลยุทธ์ ดังนี้

1. กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการเดาและตรวจสอบ(Guess and Check)



การเดาและตรวจสอบเป็นกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่ง่ายที่สุด การเดาโดยมีพื้นฐานจากความรู้ และประสบการณ์ การคิด แล้วตรวจสอบ เมื่อพบว่าคำตอบไม่ถูกต้องก็นำผลจากการเดาในครั้งแรกมาวิเคราะห์เพื่อเป็นกรอบในการปรับการเดาในครั้งต่อไปอย่างใช้เหตุผล ซึ่งจะทำให้ได้คำตอบเร็วขึ้น การใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบในลักษณะดังกล่าว จะเป็นการเดาและตรวจสอบที่มีคุณค่า ซึ่งต่างจากการเดาแบบที่ไม่ได้อาศัยการคิดแต่อย่างใด กลยุทธ์การสอนอาจดำเนินการดังนี้

- 1) ให้นักเรียนคาดเดาคำตอบ
- 2) ตรวจสอบการเดากับเงื่อนไขต่างๆของปัญหา
- 3) ใช้ข้อมูลที่ได้รับจากการตรวจสอบเพื่อทำให้การเดามีประสิทธิภาพขึ้น
- 4) ดำเนินกระบวนการต่อไปจนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง



ตัวอย่างปัญหาที่แก้ปัญหาโดยอาศัยการเดาและตรวจสอบ

ฉันคิดถึงจำนวนสองจำนวน ถ้านำจำนวนทั้งสองนั้นบวกกันจะได้ 136
แต่ถ้านำจำนวนมาก ลบด้วยจำนวนน้อยจะได้ 36 จงหาจำนวนสองจำนวน นั้น

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จำนวนสองจำนวน ได้แก่ จำนวนใดบ้าง

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

จำนวนทั้งสองนั้นบวกกันจะได้ 136

จำนวนมาก ลบด้วยจำนวนน้อยจะได้ 36



2. วางแผนแก้ปัญหา

เลือกใช้ทวิวิธีเดาและตรวจสอบเพื่อแก้ปัญหานี้



3. ดำเนินการตามแผน

อาจใช้แจกแจงรายการเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยใช้การเดาและตรวจสอบ โดยเริ่มจากจำนวนสองจำนวนคือ 100 และ 36 เนื่องจาก $100 + 36 = 136$ เป็นจริงตามโจทย์ แต่ $100 - 36 = 64$ ไม่เป็นจริงตามโจทย์ ผลลบบต้องมีค่าน้อยลง ดังนั้นต้องลดตัวตั้งและเพิ่มตัวลบ ไปตามลำดับ เช่นตารางต่อไปนี้

คาดเดา		ตรวจสอบ ปรับปรุง	สรุป		หมายเหตุ
จำนวนมาก	จำนวนน้อย		เป็นจริงตามโจทย์	ไม่เป็นจริงตามโจทย์	
100	36	$100 + 36 = 136$ $100 - 36 = 64$	✓	✓	ผลลบบต้องมีค่าน้อยลง จึงควรลดตัวตั้งและเพิ่มตัวลบ
90	46	$90 + 46 = 136$ $90 - 46 = 44$	✓	✓	ผลลบบต้องมีค่าน้อยลง จึงควรลดตัวตั้ง และเพิ่มตัวลบ
80	56	$80 + 56 = 136$ $80 - 56 = 24$	✓	✓	ผลลบน้อยเกินไป จึงควรเพิ่มตัวตั้ง และลดตัวลบ ตัวตั้งควรอยู่ระหว่าง 80 และ 90
85	51	$85 + 51 = 136$ $85 - 51 = 34$	✓	✓	ผลลบน้อยเกินไปเล็กน้อย จึงควรเพิ่มตัวตั้งอีกเล็กน้อย และลดตัวลบ
86	50	$86 + 50 = 136$ $86 - 50 = 36$	✓	✓	

4. ขั้นตรวจสอบ

$$86 + 50 = 136 \quad \text{เป็นจริงตามโจทย์}$$

$$86 - 50 = 36 \quad \text{เป็นจริงตามโจทย์}$$

ดังนั้น สรุปได้ว่า จำนวนที่มากกว่า คือ 86 จำนวนที่น้อยกว่า คือ 36

จะเห็นได้ว่า การเดาและตรวจสอบนี้จะต้องเดา ตรวจสอบ และปรับปรุงการเดาไปตามลำดับ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งอาจจะคาดเดาก็ครั้งก็ได้จนกว่าจะคำตอบถูกต้อง

ผลบวกของจำนวนนับสองจำนวนเป็น 49 ถ้านำจำนวนที่น้อยลบออกจากจำนวนที่มาก
จะได้ผลลบเป็น 17 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จำนวนสองจำนวน

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

จำนวนทั้งสองนั้นบวกกันจะได้ 49

จำนวนมาก ลบด้วยจำนวนน้อยจะได้ 17



2. วางแผนแก้ปัญหา

เลือกใช้ทวิวิธีเดาและตรวจสอบเพื่อแก้ปัญหานี้

3. ดำเนินการตามแผน

อาจใช้แจกแจงรายการเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยใช้การเดาและตรวจสอบ โดยเริ่มจากจำนวนสองจำนวน คือ 48 และ 1 เนื่องจาก $48+1 = 49$ แต่ $48-1 = 47$ ดังนั้น ต้องลดตัวตั้งและเพิ่มตัวลบ ไปตามลำดับ เช่น ตารางต่อไปนี้

จำนวนที่มาก	48	44	40	36	32	33
จำนวนที่น้อย	1	5	9	13	17	16
ผลบวก	49	49	49	49	49	49
ผลลบ	47	39	31	23	15	17

เนื่องจากเมื่อลดตัวตั้งจาก 36 เป็น 32 และเพิ่มตัวลบจาก 13 เป็น 17 ทำให้ผลลบเป็น 15 ซึ่งน้อยกว่า 17 เล็กน้อย ดังนั้น ตัวตั้งจึงอยู่ระหว่าง 36 และ 32 โดย ตัวตั้งจะมากกว่า 32 เล็กน้อย และตัวลบจะน้อยกว่า 17 เล็กน้อย จึงตรวจสอบโดยให้จำนวนที่มากคือ 33 และจำนวนที่น้อยคือ 16

4. ขั้นตรวจสอบ

$$33 + 16 = 49 \quad \text{เป็นจริงตามโจทย์}$$

$$33 - 16 = 17 \quad \text{เป็นจริงตามโจทย์}$$

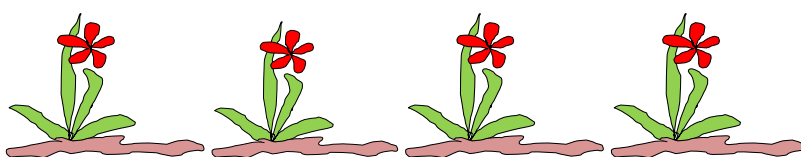
ดังนั้น สรุปได้ว่า จำนวนที่มากกว่า คือ 33 จำนวนที่น้อยกว่า คือ 17

2. กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการสร้างตาราง (Make a Table)



การแจกแจงรายการ เป็นการเขียนรายการที่เกิดขึ้นบางกรณี หรือกรณีที่เกิดขึ้นทั้งหมด และเพื่อให้ครอบคลุมครบถ้วนทุกกรณี การแจกแจงรายการจึงควรทำอย่างเป็นระบบ อาจใช้ตาราง ช่วยในการแจกแจงรายการ ในบางปัญหา การใช้ตารางช่วยในการบันทึกข้อมูลจะช่วยให้หาแบบรูป และกรณีทั่วไปได้ง่ายขึ้น เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล หาคำตอบได้ง่ายขึ้น หรือจัดข้อมูลได้ เป็นระบบ ในการใช้กลยุทธ์การสร้างตาราง ผู้ใช้จำเป็นจะต้องตัดสินใจว่าจะเลือกใช้ตารางแบบใด แนวนอนควรใช้แสดงอะไร และแนวตั้งควรใช้แสดงอะไร

นักเรียนส่วนมากมีความยุ่งยากในการหาคำตอบของปัญหาที่ไม่สามารถแปลงโจทย์ปัญหาเป็น ประโยคสัญลักษณ์จึงไม่สามารถหาคำตอบได้ ถ้าเขาได้รับการชี้แนะกลยุทธ์ที่เหมาะสมก็จะช่วยให้มี แนวทางที่จะหาคำตอบได้ง่ายขึ้นกลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยแจกแจงรายการหรือสร้างตารางเป็น วิธีการหนึ่งที่ใช้กันอยู่บ่อย ๆ



ตัวอย่างปัญหาที่แก้ปัญหาโดยใช้การสร้างตาราง

ลอตเต้เลี้ยงปลา จึงต้องมีหน้าที่คอยเลี้ยงดูเอาใจใส่อยู่ 3 เรื่อง ได้แก่ ต้องให้อาหารปลา ทุก ๆ 3 วัน ล้างตู้ปลาทุก ๆ 8 วัน และใส่สารเคมีเพื่อปรับสภาพน้ำทุก ๆ 4 วัน วันนี้ลอตเต้ ทำงานทั้ง 3 อย่างนี้พร้อมกัน อีกกี่วันเขาจึงจะทำงาน 3 อย่างนี้พร้อมกันอีก

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

อีกกี่วันเขาจึงจะทำงาน 3 อย่างนี้พร้อมกันอีก

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ให้อาหารปลาทุก ๆ 3 วัน

ล้างตู้ปลาทุก ๆ 8 วัน

ใส่สารเคมีเพื่อปรับสภาพน้ำทุก ๆ 4 วัน

2. วางแผนแก้ปัญหา



เลือกใช้ทรัพยากรวิธีการสร้างตารางมาแก้ปัญหานี้



3. ดำเนินการตามแผน

สร้างตารางออกเป็น 3 แถวตามแนวนอน ส่วนจำนวนช่องตามแนวตั้ง ขึ้นกับข้อมูลที่เกิดจำนวนที่เท่ากัน

ให้อาหาร	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
ล้างตู้ปลา	8	16	24	32	40	48	56	63	72	80
ใส่สารเคมี	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

จากตาราง จะพบจำนวนน้อยที่สุดที่เป็นตัวคูณร่วมของทั้งสามแถว จำนวนนั้นคือ 24 ซึ่งเป็นคำตอบของคำถามข้อนี้

จำนวนน้อยที่สุดที่เป็นตัวคูณร่วมของทั้งสามแถวคือ 24

ลวดเต้จะทำงาน 3 อย่างนี้พร้อมกัน ต้องใช้เวลาอีก 24 วัน



4. ขั้นตรวจสอบ

เป็นการพิจารณาคำตอบที่ได้ ถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้การหาร ดังนี้

$$24 \div 3 = 8, \quad 24 \div 8 = 3 \quad \text{และ} \quad 24 \div 4 = 6$$

เพื่อให้เข้าใจมากยิ่งขึ้นให้
ศึกษาอีกตัวอย่าง.....



บริษัทขายรถยนต์เสนอของแถม 3 รายการ จากของแถม 5 รายการ ต่อไปนี้
 1. แม่แรง 2. กระเป๋าคือ่มือ 3. เครื่องดูดฝุ่น 4. เครื่องฟอกอากาศ 5. วิทยุเทป
 มีวิธีที่จะเลือกของแถมสามสิ่งได้ทั้งหมดกี่วิธี

แนวคิด :



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

มีวิธีที่จะเลือกของแถมสามสิ่ง ได้ทั้งหมดกี่วิธี

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

มีของแถม 3 รายการ จากของแถม 5 รายการ ได้แก่

1. แม่แรง 2. กระเป๋าคือ่มือ 3. เครื่องดูดฝุ่น 4. เครื่องฟอกอากาศ 5. วิทยุเทป



2. วางแผนแก้ปัญหา

เลือกใช้ยุทธวิธีการแจกแจงหรือสร้างตารางมาแก้ปัญหานี้



3. ดำเนินการตามแผน

เพื่อให้ง่ายในการพิจารณา จะใช้ตัวเลขแทนของแถมแต่ละรายการดังนี้

- 1 แทนแม่แรง
- 2 แทนกระเป๋าคือ่มือ
- 3 แทนเครื่องดูดฝุ่น
- 4 แทนเครื่องฟอกอากาศ
- 5 แทนวิทยุ

ในการแจกแจงรายการอาจพิจารณาเป็นกรณีต่าง ๆ ได้ดังนี้

1) ถ้าเลือกของแถมโดยเลือกขึ้นที่หนึ่งอาจเลือกได้เป็นแบบต่าง ๆ ดังนี้

123 124 125 134 135 หรือ 145

2) ถ้าเลือกของแถมที่แตกต่างจากข้อ 1) โดยเลือกขึ้นที่สองอาจเลือกได้เป็นแบบต่าง ๆ ดังนี้

234 235 หรือ 245

3) ถ้าเลือกของแถมที่แตกต่างจากข้อ 1) และ 2) โดยเลือกชิ้นที่สาม จะเลือกได้แบบเดียวคือ 345
 ดังนั้น อาจเลือกของแถมได้ 10 วิธี คือ

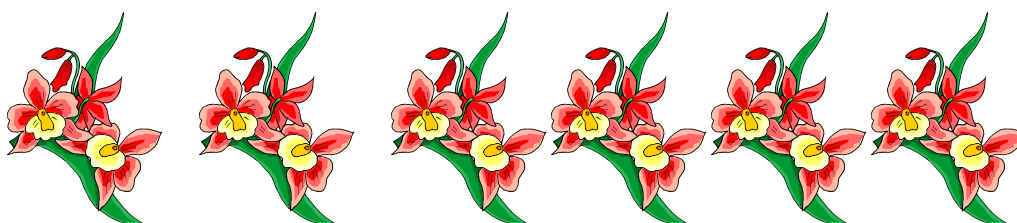
123 124 125 134 135 145 234 235 245 หรือ 345
 หรืออาจจะสร้างตาราง ดังนี้

วิธีเลือกที่	ของแถมชิ้นที่หนึ่ง	ของแถมชิ้นที่สอง	ของแถมชิ้นที่สาม
1	1	2	3
2	1	2	4
3	1	2	5
4	1	3	4
5	1	3	5
6	1	4	5
7	2	3	4
8	2	3	5
9	2	4	5
10	3	4	5



4. ชั้นตรวจสอบ

เป็นการพิจารณาคำตอบที่ได้ ถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยพิจารณาจากตาราง
 สรุปได้ว่า มีวิธีเลือกของแถม 10 วิธี



3. กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการแจกแจงรายการ (Make an Organize list)

การแจกแจงรายการ เป็นการเขียนรายการที่เกิดขึ้นบางกรณี หรือกรณีที่เกิดขึ้นทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณีๆที่เกิดขึ้นทั้งหมด และเพื่อให้ครอบคลุมครบถ้วนทุกกรณี อาจใช้ตารางช่วยในการแจกแจงรายการ หรือสร้างแผนภาพต้นไม้ จะช่วยให้การค้นหาแบบรูปง่ายขึ้น



ตัวอย่างการแก้ปัญหาที่ใช้กลยุทธ์การแจกแจงรายการ

นักเรียนกลุ่มหนึ่งต้องการซื้อไม้บรรทัด อันละ 8 บาท และดินสอ แท่งละ 4 บาท เป็นเงิน 100 บาท ถ้าต้องการไม้บรรทัดอย่างน้อย 5 อัน และ ดินสออย่างน้อย 4 แท่ง จะมีวิธีการซื้อได้เป็นแบบต่าง ๆ ได้อย่างไรบ้าง

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จะมีวิธีการซื้อได้เป็นแบบต่าง ๆ ได้อย่างไรบ้าง

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ต้องการซื้อไม้บรรทัด อันละ 8 บาท อย่างน้อย 5 อัน

ดินสอ แท่งละ 4 บาท อย่างน้อย 4 แท่ง

รวมเป็นเงิน 100 บาท



2. วางแผนแก้ปัญหา

โจทย์ข้อนี้อาจใช้กลยุทธ์การแจกแจงรายการหรือการสร้างตารางดังที่กล่าวมาแล้ว



3. ดำเนินการตามแผน

อาจทดลองแจกแจงรายการโดยเริ่มจาก

ไม้บรรทัด 5 อัน เป็นเงิน $5 \times 8 = 40$ บาท

ดังนั้น เงินอีก 60 บาท จึงซื้อดินสอได้ $60 \div 4 = 15$ แท่ง แล้วเขียนตาราง ดังนี้

กรณีที่	ไม้บรรทัด		ดินสอ		รวมเงิน (บาท)
	จำนวน(อัน)	ราคา(บาท)	จำนวน(แท่ง)	ราคา(บาท)	
1	5	$5 \times 8 = 40$	15	$15 \times 4 = 60$	100
2	6	$6 \times 8 = 48$	13	$13 \times 4 = 52$	100
3	7	$7 \times 8 = 56$	11	$11 \times 4 = 44$	100
4	8	$8 \times 8 = 64$	9	$9 \times 4 = 36$	100
5	9	$9 \times 8 = 72$	7	$7 \times 4 = 28$	100
6	10	$10 \times 8 = 80$	5	$5 \times 4 = 20$	100



4. ตรวจสอบคำตอบ

จากตาราง พบว่า เมื่อซื้อไม้บรรทัดเพิ่มขึ้น หนึ่งอัน จะต้องลดจำนวนดินสอลงสองแท่ง และ มีวิธีการซื้อไม้บรรทัดและดินสอตามเงื่อนไข ได้ 6 กรณี

มีตัวอย่างให้ศึกษาเพิ่มเติม
อีกนะครับ.....



โยนเหรียญบาท หนึ่งเหรียญ 3 ครั้ง
 ให้ H แทน ผลลัพธ์ที่ออกหัว
 T แทน ผลลัพธ์ที่ออกก้อย
 จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้น

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร
 ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้น

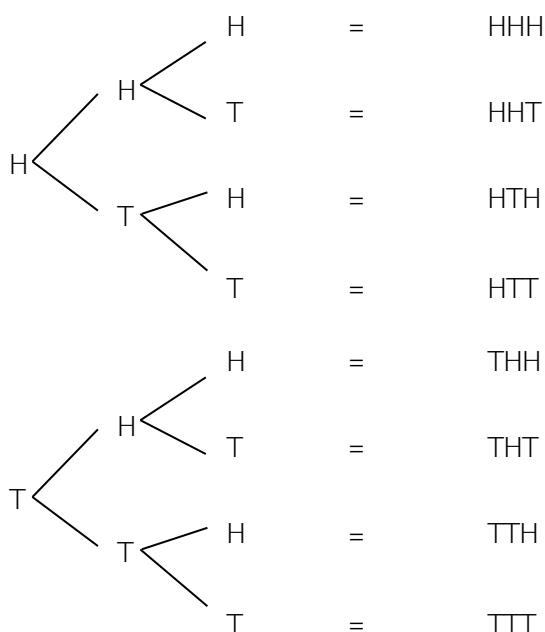


ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง
 โยนเหรียญบาท หนึ่งเหรียญ 3 ครั้ง

2. วางแผนแก้ปัญหา

อาจใช้การเขียนแจกแจงรายการและสร้างแบบจำลองโดยใช้แผนภูมิต้นไม้ ดังนี้

3. ดำเนินการตามแผน



4. ตรวจสอบคำตอบ

ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นทั้งหมด 8 แบบ คือ HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT
 ตรวจสอบคำตอบโดยอาจทดสอบโยนเหรียญหนึ่งเหรียญ 3 ครั้ง แล้วดูความเป็นไปได้ทั้งหมดว่าเป็นไปตามนี้หรือไม่

4.กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยใช้แบบรูป(Look for a Pattern)



ในระดับประถมศึกษาศึกษามักมีกิจกรรมที่กำหนดภาพหรือจำนวนให้อย่างมีระบบ ให้นักเรียนบอกว่าภาพต่อไปจะเป็นอะไร หรือจำนวนต่อไปเป็นจำนวนใด นักเรียนอาจใช้ตารางช่วยในการหาจำนวนรูปหรือความสัมพันธ์ของจำนวนจากแบบรูป ใช้การวิเคราะห์และการสังเกตเพื่อสร้างเป็นกรณีทั่วไป แบบรูปมีความสำคัญต่อการพัฒนาความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในหลายเรื่อง เช่น การนับ การนับเพิ่ม การนับลด ตารางการคูณ แนวการแก้ปัญหาบางปัญหาจะอาศัยการสังเกตแบบรูป ซึ่งจะทำให้หาคำตอบของปัญหาได้โดยง่าย แต่จะต้องตระหนักว่าการกำหนดแบบรูปโดยบอกจำนวนมาให้สามถึงสี่จำนวน แล้วให้หาจำนวนต่อ ๆ ไปนี้ ในทางคณิตศาสตร์การให้เหตุผลจากการสังเกตข้อมูล แล้วสรุปการให้เหตุผลเช่นนี้ เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย ข้อสรุป ที่ได้อาจจะถูกต้องหรือผิดก็ได้ แบบรูปที่สรุปจากจำนวนที่กำหนดให้เช่นนี้อาจมีได้หลากหลาย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างการแก้ปัญหาโดยใช้แบบรูป

จงหา 3 จำนวนถัดไปของแบบรูปต่อไปนี้

1, 4, 7, 10, 13, 16, ...

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จำนวนถัดไปของแบบรูป

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

แบบรูป 1, 4, 7, 10, 13, 16, ...



2. วางแผนแก้ปัญหา

วิเคราะห์ ว่าผลต่างของจำนวนสองจำนวนที่อยู่ติดกันเป็น 3 จึงเลือกใช้ยุทธวิธีการใช้แบบรูปมาแก้ปัญหานี้



3. ดำเนินการตามแผน

ผลต่าง

1, 4, 7, 10, 13, 16, ...

$\begin{array}{cccccc} & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow \\ & 3 & & 3 & & 3 & & 3 & & 3 & & 3 & & 3 & & 3 \end{array}$

เป็นแบบรูปที่เพิ่มขึ้นทีละ 3 โดยเริ่มจาก 1 ดังนั้น 3 จำนวนถัดไปน่าจะเป็น 19, 22, 25



4. ตรวจสอบคำตอบ

นำจำนวนถัดไปได้แก่ $19 - 16 = 3$, $22 - 19 = 3$, $25 - 22 = 3$



กำหนดแบบรูป 1, 2, 4, ... จงหาสามจำนวนถัดไป

กรณีที่ 1 ถ้าพิจารณาว่าจำนวนที่สองเพิ่มขึ้น 1 จำนวนที่สามเพิ่มขึ้น 2 จำนวนที่สี่ห้า หก ... น่าจะเพิ่มขึ้น 3 4 5 ... ตามลำดับ ดังนั้น สามจำนวนถัดไปคือ 7, 11 และ 16 ตามลำดับ

กรณีที่ 2 ถ้าพิจารณาว่า

จำนวนที่หนึ่งคือ $1 = 2^0$

จำนวนที่สองคือ $2 = 2^1$

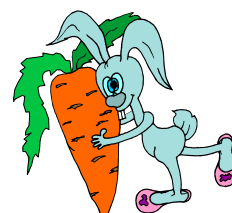
จำนวนที่สามคือ $4 = 2^2$

ดังนั้น สามจำนวนถัดไปคือ 2^3 , 2^4 , 2^5 หรือ 8, 16, 32 ตามลำดับ



นอกจากนี้ อาจพิจารณาเป็นแบบอื่นๆได้อีก ดังนั้นข้อสรุปของแต่ละคนที่ได้ จึงเป็นข้อสรุปตามข้อมูลที่แต่ละคนสังเกตเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยง จึงอาจเห็นต่างกันไปได้ อย่างไรก็ตามในเรื่องแบบรูปของจำนวน หากกำหนดเงื่อนไขที่แน่นอนชัดเจนก็จะสามารถหารูปทั่วไปของแบบรูปนั้นๆ ได้ ในการสอนนักเรียนจึงควรให้นักเรียนได้เรียนรู้

- 1) การวิเคราะห์แบบรูปและหารูปทั่วไปจากการสังเกต
- 2) การตรวจสอบรูปทั่วไปจากข้อมูลที่มีอยู่
- 3) การสร้างแบบแผนการพิสูจน์เพื่อตรวจสอบรูปทั่วไป



5. กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง (Draw a Picture)

ในทางคณิตศาสตร์ แบบจำลองเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสำหรับใช้อธิบายมโนคติทางคณิตศาสตร์ การสร้างแบบจำลองเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา เช่น การวาดรูป จะช่วยให้เกิดความเข้าใจปัญหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น เพราะการวาดภาพ จะทำให้ผู้เรียนมองเห็นภาพที่เป็นรูปธรรมที่จะนำไปสู่การแก้ไขปัญหาอย่างเป็นระบบถูกต้องและรวดเร็ว

กลยุทธ์ในการสร้างแบบจำลองโดยใช้สื่อของจริง หรือการวาดรูปเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา อาจพิจารณาได้เป็นสองขั้นตอน

- 1) สร้างแบบจำลองให้เหมาะกับปัญหา
- 2) ใช้แบบจำลองที่เลือกสรรเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา

ตัวอย่างการแก้ปัญหาโดยใช้แบบจำลองหรือวาดรูป

เอ็มมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง วันจันทร์เขาใช้ไป 450 บาท
และวันอังคารใช้ไป $\frac{2}{5}$ ของเงินที่เหลือ ทำให้เขาเหลือเงินคิดเป็น
ครึ่งหนึ่งของเงินที่มีอยู่เดิม เดิมเอ็มมีเงินอยู่กี่บาท

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

เดิมเอ็มมีเงินกี่บาท

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

เอ็มมีเงินจำนวนหนึ่ง

วันจันทร์ใช้ไป 450 บาท

วันอังคารใช้ไปอีก $\frac{2}{5}$ ของเงินที่เหลือ

ทำให้เหลือเงินครึ่งหนึ่งของเงินที่มีอยู่เดิม



2. วางแผนแก้ปัญหา

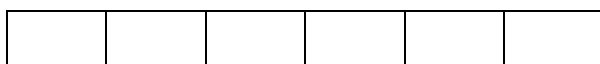
ใช้กลยุทธ์การวาดภาพ เพื่อแก้ปัญหานี้ โดยเราจะเขียนแถบเส้นหรือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทน สถานการณ์ของโจทย์

โดยพิจารณาจาก $\frac{2}{5}$ ของที่เหลือ แสดงว่า เงินที่เหลือของเอ็มถูกแบ่งออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน แล้วใช้ไป 2 ส่วน และโจทย์ยังบอกว่าเหลือเงินครึ่งหนึ่งของเงิน ที่มีอยู่เดิม แสดงว่าการที่ใช้ไป 450 บาทนั้น เท่ากับ 1 ส่วน จึงจะทำให้ที่เหลือ เป็นครึ่งหนึ่ง หรือ $\frac{3}{6}$

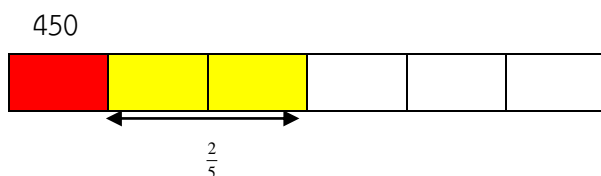


3. ดำเนินการตามแผน

เขียนแถบเส้นแล้วแบ่งแถบเส้นนั้นออกเป็น 6 ส่วนเท่า ๆ กัน



จากโจทย์ “เขาใช้ไป 450 บาท ในวันจันทร์ และ $\frac{2}{5}$ ของเงินที่เหลือ ในวันอังคาร”



แสดงว่า 1 ส่วน เท่ากับ 450 บาท

6 ส่วน เท่ากับ $450 \times 6 = 2,700$ บาท

4. ตรวจสอบคำตอบ

1 ส่วน = 450 บาท

เหลือเงิน $2,700 - 450 = 2,250$ บาท

นำมาแบ่งเป็น 5 ส่วน แต่ละส่วนเท่ากับ $2,250 \div 5 = 450$ บาท

ใช้ 2 ส่วน เท่ากับ $450 \times 2 = 900$ บาท

รวมใช้เงิน $450 + 900 = 1,350$ บาท

เหลือเงิน $2,700 - 1,350 = 1,350$ บาท

แสดงว่า คำตอบที่ได้ สมเหตุสมผล ถูกต้อง



แดงอายุ มากกว่าขาว 5 ปี ขาวมีอายุมากกว่าดำ 6 ปี ทั้งสามคนมี
อายุรวมกันเป็น 50 ปี ดำมีอายุกี่ปี

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร
ดำมีอายุกี่ปี



ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

แดงอายุ มากกว่าขาว 5 ปี
ขาวมีอายุมากกว่าดำ 6 ปี
ทั้งสามคนมี
อายุรวมกันเป็น 50 ปี



2. วางแผนแก้ปัญหา

ใช้กลยุทธ์การวาดภาพ เพื่อแก้ปัญหานี้

3. ดำเนินการตามแผน

ให้ X แทน ดำ



ดำ	X		
ขาว	X	+ 6	
แดง	X	+ 6	+ 5

จากรูปจะได้ $(X) + (X + 6) + (X + 6 + 5) = 50$

แก้สมการจะได้ $3X + 17 = 50$ จะได้ $X = 11$ ปี

4. ตรวจสอบคำตอบ



ให้ ดำ มีอายุ 11 ปี

ขาวมีอายุมากกว่าดำ 6 ปี นั่นคือ ขาว มีอายุ $11 + 6 = 17$ ปี

แดงอายุ มากกว่าขาว 5 ปี นั่นคือ แดง มีอายุ $17 + 5 = 22$ ปี

ทั้งสามคนมีอายุรวมกันเป็น 50 ปี นั่นคือ $11 + 17 + 22 = 50$ ปี

6. กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย(Solve a Simple Problem)

การทำปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย ทำให้สามารถเข้าใจปัญหาและมองเห็นวิธีหาคำตอบได้ง่ายขึ้น เช่น การลดขนาดของจำนวนให้ห้อยลง การแบ่งปัญหาที่ซับซ้อนเป็นส่วนย่อยหรือการปรับปัญหาให้อยู่ในรูปสถานการณ์ที่คุ้นเคย แล้วค้นหาแบบรูปในการคิด หรือใช้วิธีคิดทางอ้อมที่ง่ายหรือสะดวกกว่า

ตัวอย่างการแก้ปัญหาที่ทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

ที่งานเลี้ยงของณตล เอ็มถือลูกโปรงสีแดง สีเหลือง และสีเขียว เพื่อนำมาประดิษฐ์เป็นหมวกและดอกไม้จากลูกโปรงเหล่านี้ มีวิธีที่เป็นไปได้ที่เอ็ม จะนำลูกโปรงมาทำหมวกและดอกไม้

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

มีวิธีที่เป็นไปได้ที่เอ็ม จะนำลูกโปรงมาทำหมวกและดอกไม้

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

เอ็มมีลูกโปรงสีแดง สีเหลือง และสีเขียว

เอ็มต้องการนำลูกโปรงมาทำหมวกและดอกไม้



2. วางแผนแก้ปัญหา

ใช้กลยุทธ์การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อแก้ปัญหานี้ โดยสร้างเป็นรายการเพื่อแสดงความแตกต่างที่เป็นไปได้



3. ดำเนินการตามแผน

เริ่มจากสีแรกก่อน แล้วเขียนตัวเลือกให้ครบ

หมวก	สีแดง
ดอกไม้	สีแดง
หมวก	สีเหลือง
ดอกไม้	สีเหลือง
หมวก	สีเขียว
ดอกไม้	สีเขียว



4. ตรวจสอบคำตอบ



นับตัวเลือก แสดงว่ามี 6 วิธี ที่แตกต่างกัน
 ใช้จำนวนสี \times จำนวนสิ่งของ = จำนวนวิธี
 $3 \times 2 = 6$

ศุภัสรานำตัวเครื่องบินเล่นสวนสนุก 20 ใบ
 แจกให้เพื่อน 5 คน โดยเธอต้องการแบ่งให้เท่า ๆ กัน
 แต่ละคนจะได้ตัวคนละกี่ใบ

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จำนวนตัวที่แต่ละคนได้รับ

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ศุภัสรา มีตัว 20 ใบ

แจกให้เพื่อน 5 คน

ศุภัสราต้องแบ่งให้เพื่อนคนละเท่า ๆ กัน





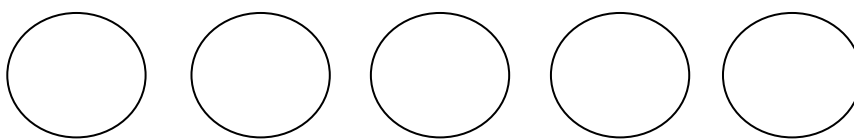
2. วางแผนแก้ปัญหา

ใช้กลยุทธ์การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อแก้ปัญหานี้
โดยใช้ตัวนับ 20 ตัว แทนตัว 20 ใบ แล้วนำมาแบ่งออกเป็น 5 กลุ่มเท่า ๆ กัน
จากนั้นนับตัวนับในแต่ละกลุ่ม

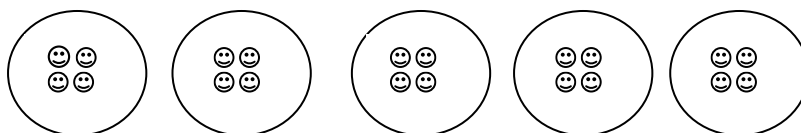


3. ดำเนินการตามแผน

วาดรูปวงกลมบนกระดาษ 5 รูป แทนบุคคล (เพื่อน) 5 คน



นำตัวนับ 20 ตัว มาแบ่งให้เพื่อน 5 คน คนละเท่า ๆ กัน



จะมีตัวนับ 4 ตัว ในแต่ละรูปวงกลม
ดังนั้น แต่ละคนจะได้ตัว คนละ 4 ใบ



4. ตรวจสอบคำตอบ

คำตอบที่ได้มาถูกต้องหรือไม่

รูปวงกลมแต่ละวง มีตัวนับเท่ากันหรือไม่ เท่ากัน

ได้ตัวนับครบทั้งหมด 20 ตัวหรือไม่ ครบ

นำตัวนับแต่ละรูปวงกลมมารวมกันได้

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 5 \times 4 = 20$$

7. กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการทำย้อนกลับ (Work Backwards)



การทำย้อนกลับนับเป็นอีกกลยุทธ์หนึ่งที่มีความจำเป็นและมีความสำคัญมากสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา เพราะในการแก้ปัญหาจะต้องมองจากเหตุ ย้อนมาหาผล แล้วทำย้อนกลับก็จะสามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

การคิดแบบย้อนกลับ เราต้องเริ่มคิดจากข้อมูลสุดท้ายแล้วดำเนินการตามลำดับที่ละขั้นตอนเพื่อหาข้อมูลเริ่มต้น

ตัวอย่างการแก้ปัญหาที่ใช้กลยุทธ์การทำย้อนกลับ

คิมหันต์กับซุมสายไปชมภาพยนตร์และใช้เงินไป 350 บาทพอดี โดยมีรายจ่าย ดังนี้

- ค่าตั๋ว ใบละ 120 บาท
- น้ำอัดลม แก้วละ 25 บาท 2 แก้ว
- ข้าวโพดคั่ว 2 ถุง

อยากทราบว่ ข้าวโพดราคาถุงละเท่าไร

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ข้าวโพดราคาถุงละเท่าไร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ใช้เงินไป 350 บาท เพื่อเป็นค่าใช้จ่าย ดังนี้

ค่าตั๋ว ใบละ 120 บาท จำนวน 2 ใบ

น้ำอัดลม แก้วละ 25 บาท 2 แก้ว

ข้าวโพดคั่ว 2 ถุง

2. วางแผนแก้ปัญหา



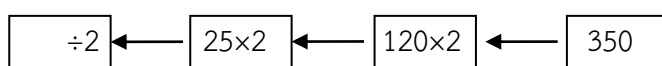
ใช้กลยุทธ์การคิดย้อนกลับ เพื่อแก้ปัญหานี้



3. ดำเนินการตามแผน

เขียนแสดงรายการค่าใช้จ่าย ดังนี้

ข้าวโพด → น้ำอัดลม → ตัว → เงินที่ใช้ไป



ดังนั้น ข้าวโพด ราคาถุงละ 30 บาท

4. ตรวจสอบคำตอบ



$$(60 \div 2) + (25 \times 2) + (120 \times 2) = 350$$

มุกรินตักน้ำใส่ถังใบหนึ่ง ต่อมาพักตราตักน้ำเต็มลงไป 5 ลิตร แล้ว
ดวงดาวตักน้ำใส่เป็น 2 เท่าของที่มีอยู่ ทำให้น้ำเต็มถึง 60 ลิตร พอดี
ถามว่า ตอนแรกมุกรินตักน้ำใส่ถังกี่ลิตร

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ตอนแรกมุกรินตักน้ำใส่ถังกี่ลิตร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

พัทตราตักน้ำเต็มลงไปในถัง 5 ลิตร
ดวงดาวตักน้ำใส่เป็น 2 เท่าของที่มีอยู่
ทำให้น้ำเต็มถัง 60 ลิตร



2. วางแผนแก้ปัญหา

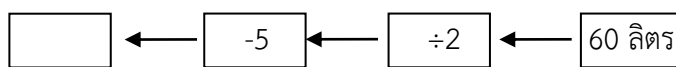
ใช้กลยุทธ์การคิดย้อนกลับ เพื่อแก้ปัญหานี้



3. ดำเนินการตามแผน

เขียนแสดงการเติมน้ำใส่ถัง ดังนี้

มุกริน → พัทตรา → ดวงดาว → 60 ลิตร



$$\text{มุกริน} = (60 \div 2) - 5 = 25 \text{ ลิตร}$$

ดังนั้น มุกรินตักน้ำใส่ถัง 25 ลิตร

4. ตรวจสอบคำตอบ



มุกรินตักน้ำใส่ถัง 25 ลิตร

พัทตราเติมอีก 5 ลิตร

รวมเป็นน้ำที่มีอยู่ 30 ลิตร

ดวงดาวตักน้ำใส่ 2 เท่าของน้ำที่มีอยู่

$$\text{นั่นคือ } (25 + 5) \times 2 = 60$$



8. กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ

การใช้ตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหา หรือสิ่งที่มีความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น แล้วหาความสัมพันธ์
ในรูปสมการ อสมการ

การแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแปรเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการแก้ปัญหา ที่ซับซ้อนหรือขั้นสูงต่อไป

ตัวอย่างการแก้ปัญหาที่ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ

ฉันและน้องมีเงินรวมกัน 142 บาท ฉันมีเงินมากกว่าน้องอยู่ 46 บาท
ฉันมีเงินเท่าไร และน้องมีเงินเท่าไร

แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ฉันมีเงินเท่าไร และน้องมีเงินเท่าไร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ฉันและน้องมีเงินรวมกัน 142 บาท ฉันมีเงินมากกว่าน้องอยู่ 46 บาท



2. วางแผนแก้ปัญหา

โจทย์ข้อนี้อาจใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ หรือกลยุทธ์การแจกแจงรายการหรือการสร้าง
ตารางดังที่กล่าวมาแล้ว แต่อาจใช้วิธีแก้ปัญหโดยเขียนสมการได้ เพื่อแก้ปัญหานี้



3. ดำเนินการตามแผน

ให้ฉันมีเงิน	b	บาท
น้องจะมีเงิน	$142 - b$	บาท
แต่ฉันมีเงินมากกว่าน้อง	46	บาท

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้สมการ} \quad & b - (142 - b) = 46 \\
 & 2b - 142 = 46 \\
 & 2b = 46 + 142 \\
 & 2b = 188 \\
 & b = 94
 \end{aligned}$$

ดังนั้นฉันมีเงิน 94 บาท

น้องมีเงิน $142 - 94 = 48$ บาท



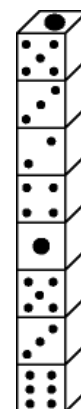
4. ตรวจสอบคำตอบ

สำหรับคำตอบที่ได้ เมื่อตรวจสอบจะพบว่า $94 + 48 = 142$ และ $94 - 48 = 46$ สอดคล้องกับโจทย์

ถ้านำลูกเต๋ามาวางซ้อนกัน 8 ลูก

โดยให้เห็นแต่ด้านข้างเพียงหน้าเดียวและด้านบน ดังรูป

จงหาว่าผลบวกของจำนวนจุด จากหน้าที่มองไม่เห็นเป็นเท่าไร



แนวคิด : เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ผลบวกของจำนวนจุด จากหน้าที่มองไม่เห็นเป็นเท่าไร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ลูกเต๋ามาวางซ้อนกัน 8 ลูก มองเห็นหน้าเดียวและด้านบน ได้แก่ 1, 5, 3, 2,

4, 1, 5, 3, 6

2. วางแผนแก้ปัญหา



ใช้กลยุทธ์การเขียนสมการ เพื่อแก้ปัญหานี้



3. ดำเนินการตามแผน

อาจหาคำตอบได้จาก 8 ลูกด้วย 21 แล้วลบด้วยผลบวกของจำนวนจุดจากหน้าที่มองเห็น เนื่องจากผลบวกของจำนวนจุดบนหน้าลูกเต๋แต่ละลูกเท่ากับ $1+2+3+4+5+6 = 21$

และลูกเต๋ามี 8 ลูก ดังนั้น ผลบวกของจำนวนจุดจากหน้าที่มองไม่เห็นจึงเท่ากับ (8×21) ลบด้วย ผลบวกของจำนวนจุดจากหน้าที่มองเห็น

ในกรณีนี้ ผลรวมของจำนวนจุดจากหน้าที่มองเห็น เท่ากับ $6+3+5+1+4+2+3+5+1 = 30$

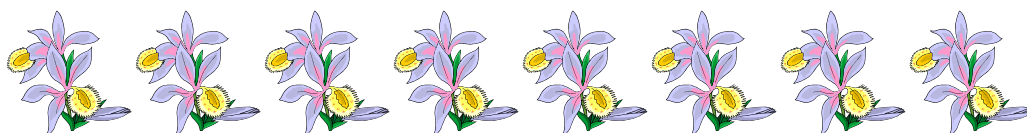
จะได้ผลบวกของจำนวนจุดจากหน้าที่มองไม่เห็น คือ $(8 \times 21) - 30 = 168 - 30 = 138$

ถ้ามีลูกเต๋าน n ลูก และผลรวมของจำนวนจุดจากหน้าลูกเต๋ามองเห็นเป็น a ให้ b เป็น ผลรวมของจำนวนจุดจากหน้าลูกเต๋ามองไม่เห็น จะเขียนสมการเพื่อหาผลรวมของจำนวนจุดจากหน้าลูกเต๋ามองไม่เห็นได้เป็น $b = (n \times 21) - a$



4. ตรวจสอบคำตอบ

$$\begin{aligned} \text{ผลบวกของจำนวนจุดจากหน้าที่มองไม่เห็น} &= (8 \times 21) - 30 \\ &= 168 - 30 \\ &= 138 \end{aligned}$$



บทบาทของครูในการสอนการแก้ปัญหา



ครูต้องตัดสินใจว่าจะให้นักเรียนมีโอกาสที่จะเรียนรู้การแก้ปัญหาในระดับความยากง่ายแค่ไหน หากเป็นนักเรียนที่มีความสามารถสูงอาจใช้ปัญหาที่มีความยากและซับซ้อนได้ตามสมควร แต่ถ้าเป็นนักเรียนที่มีความสามารถไม่มากนักครูอาจเริ่มจากปัญหาง่ายๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้และมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหที่แตกต่างออกไปอีก อย่างไรก็ตามในการสอนการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มต่างๆไป ครูควรเริ่มจากปัญหาง่าย ๆ ก่อน

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหา ครูควรดำเนินการและคำนึงถึงประเด็นต่อไปนี้

1. เมื่อนักเรียนยังไม่มีทักษะในการแก้ปัญหาครูอาจใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสามารถคิดและแก้ปัญหาไปตามลำดับ
2. เมื่อนักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับการแก้ปัญหาบ้างแล้ว ครูอาจใช้คำถามเพื่อชี้แนะให้น้อยลงและให้นักเรียนหาแนวทางแก้ปัญหาด้วยตนเองมากขึ้น
3. ครูจะต้องตัดสินใจว่าเมื่อใดจะใช้คำถามอย่างไร เมื่อใดจะเสริมแรงเพื่อให้แน่ใจว่านักเรียนไปได้ถูกทาง และแยกแยะได้ว่าสิ่งใดไม่ถูกต้องหรือ เมื่อใดควรจะมองหาแนวทางอื่นที่เหมาะสมกว่า และเมื่อใดจึงจะใช้การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น เพื่อให้นักเรียนช่วยกันคิดแก้ปัญหา โดยครูและนักเรียนจะต้องรับฟังข้อคิดเห็นของนักเรียนแต่ละคนอย่างตั้งใจ
4. ในบางโอกาสครูอาจต้องใช้คำถามกระตุ้นอย่างเหมาะสมเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพต่อไป
5. ครูอาจสอนการแก้ปัญหาโดยสอดแทรกกับสาระเนื้อหาที่นักเรียนกำลังเรียนอยู่หรือใช้พื้นฐานความรู้ที่ได้เรียนไปแล้วมาแก้ปัญหาแปลกใหม่ แต่ต้องคำนึงว่าไม่ควรเป็นปัญหาที่ยากเกินไปจนนักเรียนไม่สามารถจะแก้ได้ หรือง่ายจนเกินไปเป็นเพียงแบบฝึกหัดธรรมดาไป
6. ครูต้องตัดสินใจด้วยว่า ต้องการให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดหรือต้องการให้แสดงขั้นตอนวิธี ในกรณีของการแก้ปัญหาในเบื้องต้น ถ้าครูเพียงต้องการดูกระบวนการคิดของนักเรียนว่าคิดอย่างไร ครูอาจยังไม่ต้องเน้นขั้นตอนการเขียนให้เป็นแบบแผนมากนัก ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนกล้าแสดงออกทางความคิดมากกว่าที่ครูจะเริ่มจากการเข้มงวดการเขียนตามแบบแผน จนนักเรียนอาจไม่กล้าเขียนแสดงความคิดของตน
7. ในกรณีที่นักเรียนยังขาดทักษะการเขียน ครูอาจใช้การซักถามนักเรียนว่าคิดอย่างไร และครูอาจช่วยเขียนแสดงความคิดของนักเรียนก็จะช่วยให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น ซึ่งนำไปสู่ความสามารถในการสื่อสารและสื่อความหมายได้อีกทางหนึ่ง
8. ปฏิบัติตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหา แล้วถามคำถามว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาเพียงใด โจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไร ในกรณีที่ทำงานเป็นกลุ่ม สมาชิกในกลุ่มอาจจะช่วยกันตั้งคำถามเพื่อให้เข้าใจมากขึ้น นอกจากนี้อาจจะเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นคำพูดของตนเอง

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา

ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ปัญหา และถามว่าเคยเห็นโจทย์ลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเคยใช้วิธีการใด โดยให้บอกกลยุทธ์หรือยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่นั้น

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

เมื่อนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาแล้ว ควรได้รับการกระตุ้นจากครู ให้ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ถ้าแผนที่วางไว้ใช้ไม่ได้ ควรกระตุ้นให้ใช้วิธีใหม่ และให้คำแนะนำในกรณีที่นักเรียนต้องการความช่วยเหลือ

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล/คำตอบ

ขั้นตอนนี้มีความสำคัญในการแก้ปัญหา เพราะเป็นการตรวจสอบความเข้าใจ ความเป็นเหตุเป็นผลของคำตอบที่ได้ครูอาจจะถามให้นักเรียนอธิบายวิธีการทำ และวิธีการต่างๆที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะมีหลายวิธี

เนื่องจากการฝึกฝนทำสิ่งหนึ่งสิ่งใดอยู่บ่อย ๆ เช่น ทำแบบฝึกหัดบ่อย ๆ คิดหาแนวทางแก้ปัญหาอยู่อย่างสม่ำเสมอ จะช่วยให้เกิดทักษะหรือความชำนาญ การเขียนแสดงวิธีทำ การแสดงขั้นตอนการคิดอย่างมีแบบแผน การแสดงกระบวนการแก้ปัญหา ก่อให้เกิดวินัยในการทำงาน และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา รวมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันต่างๆ ครูควรให้ความสำคัญและเอาใจใส่ในการพัฒนาศักยภาพของนักเรียนในด้านการแก้ปัญหา ควรเน้นย้ำให้นักเรียนได้ฝึกการเขียนแสดงขั้นตอนการทำให้มากขึ้น โดยอาจช่วยเหลือสนับสนุน ชี้แนะอย่างถูกต้องเหมาะสม ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ และ ครูไม่ควรมุ่งเน้นเฉพาะปัญหาแปลกใหม่ ที่ผู้เรียนไม่เคยเผชิญมาก่อนเท่านั้น เพราะจะทำให้ผู้เรียนส่วนใหญ่ต้องเผชิญกับปัญหาที่ยุงยากเกินความสามารถของตน ในขณะที่ผู้เรียนอาจมีพื้นฐานความรู้ และประสบการณ์ไม่มากพอที่จะแก้ปัญหาได้ ซึ่งจะก่อให้เกิดเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เกิดการเบื่อหน่าย และไม่อยากเรียน

ดังนั้น การสอนการแก้ปัญหาควรมุ่งให้ผู้เรียนสามารถคิดเป็น และทำได้ไปตามลำดับพัฒนาการของเขา ช่วยให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และพัฒนาความสามารถที่จะแก้ปัญหาที่ยุงยากซับซ้อนต่อไปในอนาคต

ความเข้าใจคลาดเคลื่อน

1. ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เน้นการแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะในหนังสือแบบเรียน
2. ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาโดยให้ความสำคัญของการหาคำตอบ

การประเมินความก้าวหน้าในการแก้ปัญหา

การประเมินความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาของนักเรียนอาจประเมินผลสัมฤทธิ์ในการใช้ทักษะและกลยุทธ์ต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ในขณะที่เดียวกันอาจประเมินเจตคติและความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาซึ่งส่งผลต่อความมุ่งมั่นในการแก้ปัญหา การประเมินดังกล่าวนี้จะเกี่ยวข้องกับการใช้เทคนิคต่อไปนี้

- 1) การสังเกตและการถามคำถาม
- 2) การประเมินตนเองของนักเรียน
- 3) การประเมินความสามารถโดยใช้มาตราประมาณค่า
- 4) การใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ แบบเติมคำตอบ หรือปัญหาปลายเปิด

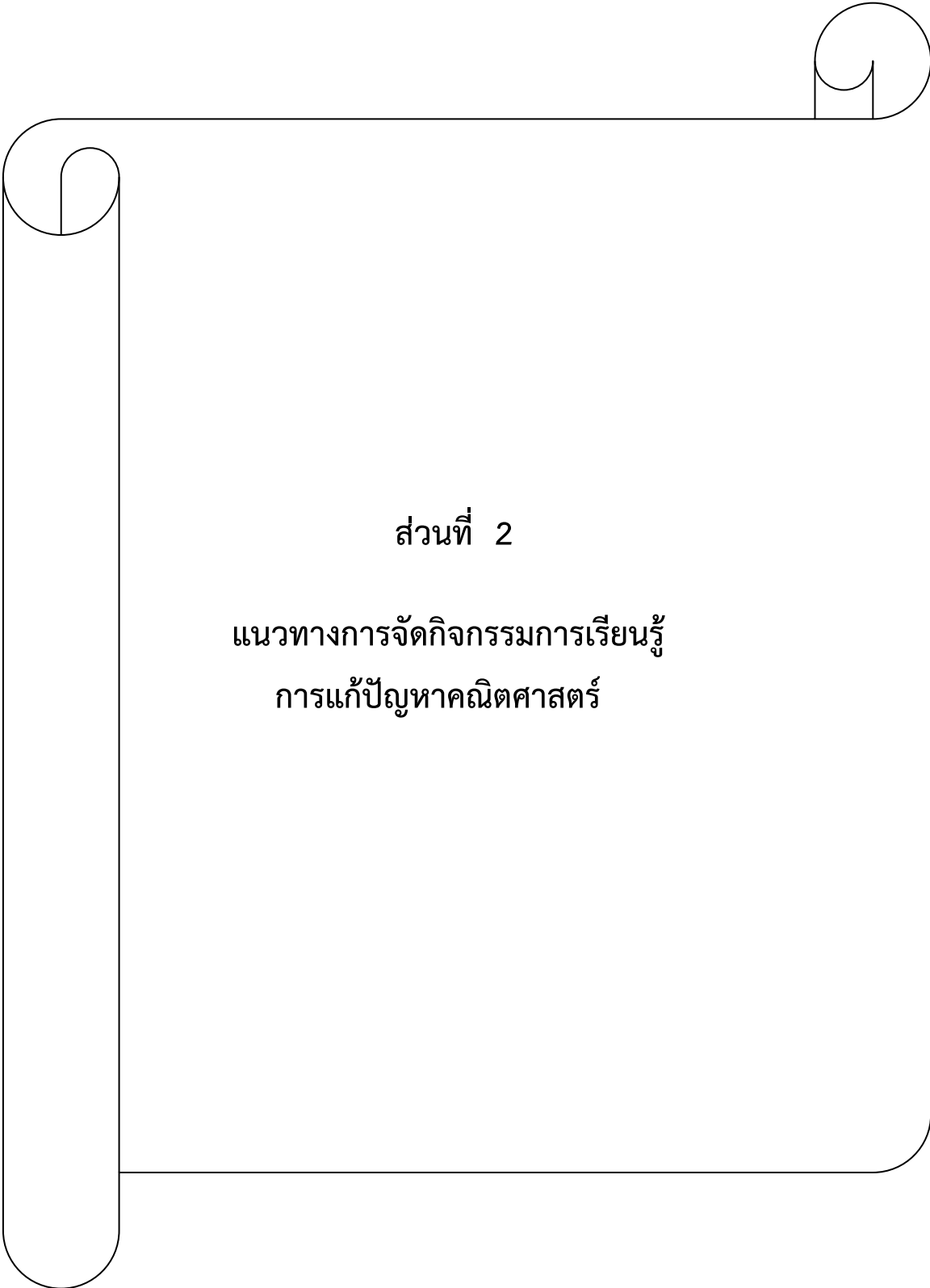
เนื่องจากวิธีการประเมินความก้าวหน้าการแก้ปัญหามีอยู่หลากหลายเทคนิค ในการจะเลือกใช้เทคนิคการประเมินแบบใดขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลายอย่าง เช่น

- 1) จุดประสงค์ของการประเมิน หรือต้องการใช้ผลการประเมินอย่างไร
- 2) จำนวนนักเรียนที่จะประเมิน
- 3) เวลาที่มีอยู่สำหรับการประเมิน
- 4) ประสบการณ์ในการประเมินการแก้ปัญหาของผู้ประเมิน
- 5) เครื่องมือหรือสื่อวัสดุการประเมินที่จะนำมาใช้ประโยชน์ได้ครูจึงต้องเลือกใช้เทคนิคต่างๆ ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของการประเมิน

เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหา

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา ควรจะมีวิธีการที่มากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง สำหรับเกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหา ในสำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในเล่มนี้ ใช้เกณฑ์ ดังนี้

รายการประเมิน	คะแนน(ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	2 (ดี) 1 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการถาม ได้ถูกต้องครบถ้วน - ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการถาม ได้บางส่วนถูกต้อง - ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการถาม ไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุเลย
2. การเลือกใช้กลยุทธ์ การแก้ปัญหา	1 (ดี) 0.5 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครอบคลุมทุกประเด็น - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน - เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้กลยุทธ์ใน การแก้ปัญหา	2 (ดี) 1 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องบางส่วน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	1 (ดี) 0.5 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน - สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน - สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ

A decorative border resembling a scroll, with a vertical strip on the left and a horizontal strip at the top, both ending in circular scrolls.

ส่วนที่ 2

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยผ่านกิจกรรมปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของนักเรียน ให้นักเรียน ได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและ ตัดสินข้อสรุปของตนเอง ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีแนวคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ โดยแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต้องคำนึงถึงลักษณะ ของปัญหาที่ดี ตามที่ได้กล่าวมาแล้ว และครูอาจยึดเป็นแนวทางในการพิจารณาเลือกปัญหามาใช้ในการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้

ในการเรียนการสอนเพื่อให้ได้ความรู้ ผู้สอนควรเน้นกระบวนการและกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แทนที่จะเน้นเฉพาะการได้คำตอบ ที่ถูกต้องเท่านั้น ควรแสดงให้เห็นเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา ความ กระตือรือร้นในการช่วยเหลือนักเรียนที่ต้องการคำแนะนำ ไม่ควรย่ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ ควรอธิบาย และอธิบายซักถามให้ใช้ความคิดและย้ำความคิดรวบยอด แต่ควรอธิบาย และอธิบาย ซักถามให้ใช้ความคิดและย้ำความคิดรวบยอด ตลอดจนหลักการที่ถูกต้องที่สำคัญควรควรให้กำลังใจ ยิ้มแย้มแจ่มใส

ในการแก้ปัญหาควรให้นักเรียนมีโอกาสได้แก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้มีส่วนร่วมช่วยกันแก้ปัญหา เป็นกลุ่มเล็กหรือช่วยกันแก้ปัญหาทั้งห้อง ซึ่งอาจเริ่มต้นโดยครูจัดกลุ่มนักเรียนให้ทุกคนมีส่วนร่วมช่วยกัน แก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก เพื่อลดความกังวลและมีความมั่นใจในการทำให้ได้คำตอบ นอกจากนี้ครูยังสามารถ ให้ความช่วยเหลือได้ในกรณีที่จำเป็น เช่น ในห้องหนึ่งมีนักเรียน 30 คน ถ้านักเรียนหลายคน มีปัญหา และให้นักเรียนแต่ละคนแก้ปัญหาเอง ครูจะให้ความช่วยเหลือนักเรียนหลายๆคนพร้อมกัน คงจะลำบาก แต่ถ้าจัดนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน โดยให้แต่ละกลุ่มมีทั้งนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน ครูก็ สามารถจัดกลุ่มได้ 8-10 กลุ่ม ในกรณีเช่นนี้นักเรียนจะได้ช่วยกันคิด และกลุ่มใดมีปัญหา ครูก็สามารถ ช่วยแนะนำได้ แต่ถ้าโจทย์นั้นเป็นปัญหาง่ายๆ ควรให้นักเรียนแต่ละคนแก้ปัญหาด้วยตนเอง โจทย์ปัญหาที่ สลับซับซ้อน และปัญหาที่ใช้กระบวนการ อาจให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม สำหรับในช่วงภาค เรียนแรกอาจจะให้นักเรียนช่วยกันเป็นกลุ่มเล็ก และในช่วงภาคเรียนที่สอง อาจจะให้นักเรียนแต่ละคนคิด เพราะนักเรียนควรได้รับประสบการณ์การทำงานคนเดียวและการทำงานกลุ่มทั้งในกรณีที่เป็ปัญหาที่ง่าย และยาก ในการมอบหมายการทำงานเป็นกลุ่มเล็ก ครูควรชี้แจงบทบาทของนักเรียน ควรเอาใจใส่ดูแล โดยการเดินดูแต่ละกลุ่มทำงานและสามารถจะประเมินได้ว่า นักเรียนคนใดมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ ยังอาจกำหนดข้อตกลงกับนักเรียนว่า ครูอาจจะเรียกรุ่นนักเรียนคนใดในกลุ่มมาอธิบายวิธีการทำให้เพื่อน

การจัดกลุ่มหากให้นักเรียนจับกลุ่มกันเอง อาจทำให้เกิดปัญหาการไม่ยอมรับซึ่งกันและกัน เกิดความขัดแย้งได้ การจัดกลุ่มนั้น ครูควรคำนึงถึงลักษณะของนักเรียนที่จะทำงานร่วมกันได้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ด้วย ควรมีการปฐมนิเทศนักเรียนเกี่ยวกับการจัดกลุ่มและระยะเวลาที่นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ทั้งนี้ไม่มีกฎเกณฑ์ตายตัวสำหรับระยะเวลาที่แต่ละกลุ่มจะทำงานร่วมกัน

การเตรียมตัวล่วงหน้าของครู

การดำเนินการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกลยุทธ์และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนนั้น ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ควรเตรียมตัวล่วงหน้า ดังนี้

1. ศึกษาเอกสารส่วนที่ 1 ความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Problem solving) ให้เข้าใจ โดยเฉพาะอย่างยิ่งกระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแต่ละกลยุทธ์ ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา และแนวความคิดการแก้ปัญหา

2. จัดเตรียม power point ประกอบการอธิบายหรือการจัดการเรียนรู้ (ในกรณีที่มีเครื่องฉาย)

3. หาแนวคิดวิธีแก้ปัญหากิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา กิจกรรมที่ 1.1 – 8.5 เพิ่มเติมจากที่มีอยู่ในเอกสาร

4. ทำสำเนาใบกิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา กิจกรรมที่ 1.1 – 8.5 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบบันทึกคะแนน ให้ครบตามจำนวนนักเรียน

5. ให้ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียนในช่วงเรียนปกติมาก่อน เพื่อให้ นักเรียนมีความรู้พื้นฐาน

6. ศึกษาตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกลยุทธ์และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วนำไปวางแผนออกแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกลยุทธ์การแก้ปัญหาเพื่อพัฒนานักเรียน โดยใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหา จำนวน 8 กลยุทธ์ และใช้กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหากิจกรรมที่ 1.1 – 8.5 เพื่อให้ นักเรียนฝึกปฏิบัติ ดังนี้

- (1) กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการเดาและตรวจสอบ
- (2) กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการสร้างตาราง
- (3) กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการแจกแจงรายการ
- (4) กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการเขียนแบบรูป
- (5) กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง สื่อต่าง ๆ
- (6) กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย
- (7) กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการทำย้อนกลับ
- (8) กลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยการใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

เรื่อง กลยุทธ์และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กิจกรรม ซื่ออย่างไร ..จึงจะประหยัดเงิน
ระดับ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เวลา 60 นาที

1.จุดประสงค์การเรียนรู้ : เพื่อให้ให้นักเรียน

- 1.1 เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.2 มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มและเป็นรายบุคคล
- 1.3 มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
- 1.4 สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย ได้แก่ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การแจกแจงรายการ การเขียนแบบรูป การวาดรูป การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย การทำย้อนกลับ การใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ
- 1.5 มีโอกาสได้อธิบายเหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวความคิดการแก้ปัญหาของตนในชั้นเรียน
- 1.6 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบงานที่กำหนด

2. สารการเรียนรู้

- 2.1 แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา(polya: 1957) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน และ ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ
- 2.2 แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การแจกแจงรายการ การเขียนแบบรูป การวาดรูป การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย การทำย้อนกลับ การใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ

3. สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้

- 1.ใบกิจกรรมฝึกทักษะ : ซื่ออย่างไร ... จึงจะประหยัดเงิน
- 2.แนวคิดกิจกรรมฝึกทักษะ : ซื่ออย่างไร ... จึงจะประหยัดเงิน
3. power point ประกอบการอธิบายหรือการจัดการเรียนรู้ พร้อมเครื่องฉาย (ในกรณีที่มีความพร้อม)
- 4.แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
- 5.แบบบันทึกคะแนน

4. วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา และกลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อาจใช้ PowerPoint ประกอบการอธิบาย (เป็นการทบทวน เนื่องจากครูควรมีการให้ความรู้แก่นักเรียนในช่วงเรียนปกติมาก่อนแล้ว) อาจใช้เวลาประมาณ 5-10 นาที

4.2 ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาที่แสดงให้เห็นถึงกระบวนการแก้ปัญหา ได้แก่ กิจกรรม “ซื้ออย่างไร ... จึงจะประหยัดเงิน” อาจใช้ Power Point ประกอบการจัดการเรียนรู้ หรืออาจจะแจกเป็นใบกิจกรรมให้นักเรียนทุกคนได้อ่าน เป็นกลุ่มๆ ละ 3-4 คน (ขึ้นอยู่กับจำนวนนักเรียนในห้องและดุลยพินิจของครู) ใช้เวลาประมาณ 20 -30 นาที

ซื้ออย่างไร ... จึงจะประหยัดเงิน

ร้านขายส่งน้ำตาลทราย มีน้ำตาลทรายใส่ถุง 2 ชนิด คือ น้ำตาลทรายชนิดที่ 1 ขนาดถุงละ 3 กิโลกรัม ขายราคาถุงละ 36 บาท และน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ขนาดถุงละ 4 กิโลกรัม ขายราคาถุงละ 42 บาท แม่ต้องการน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดรวม 48 กิโลกรัม เพื่อมาผสมทำขนมขาย แม่ควรซื้อน้ำตาลทั้งสองชนิด อย่างละกี่ถุง จึงจะพอดีและประหยัดเงินที่สุด

1) เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ซึ่งเริ่มด้วยการ “ทำความเข้าใจปัญหา” ครูจะต้องตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น ตลอดจนถึงให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา เช่น

- ลองเล่าให้ฟังซิว่า ปัญหานี้ว่าอย่างไร (ไม่ใช่อ่านปัญหานั้น)
- สถานการณ์กำหนดอะไรให้
- สถานการณ์ถามอะไร

2) ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน(ใช้เวลาประมาณ 5 นาที) โดยไม่ต้องปรึกษาคณะอื่น และใช้บริเวณที่ว่างในใบกิจกรรมเพื่อแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนเอง

3) หลังจากนักเรียนได้คิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำแนวคิดของตนแลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม เพื่อวางแผนแก้ปัญหา ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดวางแผนแก้ปัญหา ครูแนะนำให้สมาชิกในกลุ่มบันทึกแนวคิด ลงในใบกิจกรรม พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นเพื่อช่วยให้นักเรียนตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง เช่น

- กลยุทธ์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- กลยุทธ์ ที่นักเรียนจะเลือกมาใช้แก้ปัญหานี้คืออะไร

4) ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งเดินสำรวจการแก้ปัญหาของนักเรียนตลอดจนใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง เช่น

- นักเรียนแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ได้ผลหรือไม่ ถ้าไม่ได้ผลควรปรับเปลี่ยน
- คำตอบของนักเรียนมีอะไรบ้าง
- คำตอบของนักเรียนมาได้อย่างไร ลองอธิบายให้ครูฟัง
- นักเรียนจะมั่นใจได้อย่างไรว่า คำตอบของนักเรียนถูกต้อง
- นักเรียนมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอื่นๆอีกหรือไม่ ในการแก้ปัญหานี้

5) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนรายงาน กระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเองหน้าชั้นเรียน หรือ ครูสุ่มเลือกนักเรียนกลุ่มที่ใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน (ถ้ามี) หรือครูนำเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ยังไม่มีนักเรียนกลุ่มใดนำเสนอ(ถ้ามี) ใช้เวลาประมาณ 10-15 นาที

6) ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายกระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม ประเด็นที่ใช้ในการอภิปราย มีดังนี้ ใช้เวลาประมาณ 5 นาที

- กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีกี่ขั้นตอน และแต่ละขั้นตอนเป็นอย่างไร
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้แก้ปัญหานี้ได้ มีอะไรบ้าง
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้ของนักเรียนกลุ่มใดที่เห็นว่าดีที่สุด

7) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด ประเด็นที่ใช้ในการสรุป มีดังนี้ ใช้เวลาประมาณ 5 นาที

- กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน และ ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การแจกแจงรายการ การวาดรูป การใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่เหมาะสมกับปัญหานี้ ได้แก่ การแจกแจงรายการและสร้างตาราง

5. การวัดผลและประเมินผล

5.1 สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งพฤติกรรมการเรียนรู้ที่สังเกต ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ และการตรวจสอบผล

5.2 ประเมินความรู้ความเข้าใจ โดยพิจารณาจากความถูกต้องของผลงานจากการทำใบกิจกรรม

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

ใบกิจกรรม

ซื้ออย่างไร ... จึงจะประหยัดเงิน

ร้านขายส่งน้ำตาลทราย มีน้ำตาลทรายใส่ถุง 2 ชนิด คือ น้ำตาลทรายชนิดที่ 1 ขนาดถุงละ 3 กิโลกรัม ขายราคาถุงละ 36 บาท และน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ขนาดถุงละ 4 กิโลกรัม ขายราคาถุงละ 42 บาท แม่ต้องการน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดรวม 48 กิโลกรัม เพื่อมาผสมทำขนมขายแม่ควรซื้อน้ำตาลทั้งสองชนิดอย่างละกี่ถุง จึงจะพอดีและประหยัดเงินที่สุด

แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวคิดกิจกรรม
ซื้ออย่างไร ... จึงจะประหยัดเงิน

แนวคิด**ขั้นที่ 1** ขั้นทำความเข้าใจปัญหา**สถานการณ์กำหนดอะไรให้**

- มีน้ำตาลทราย 2 ชนิด
- บรรจุน้ำตาลทรายชนิดที่ 1 ขนาดถุงละ 3 กิโลกรัม ขายถุงละ 36 บาท
- บรรจุน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ขนาดถุงละ 4 กิโลกรัม ขายถุงละ 42 บาท
- แม่ต้องการน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดรวม 48 กิโลกรัม

สถานการณ์ถามอะไร

แม่ต้องซื้อน้ำตาลทรายทั้งสองชนิด อย่างละกี่ถุง จึงจะพอดีและประหยัดที่สุด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากสถานการณ์ดังกล่าว อาจใช้กลยุทธ์แจกแจงรายการและสร้างตาราง

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

จากการวิเคราะห์คำถามของสถานการณ์ที่ว่า แม่ต้องซื้อน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดอย่างละกี่ถุง **จึงจะพอดีและประหยัดที่สุด** แสดงว่าต้องซื้อน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 มากกว่าน้ำตาลทรายชนิดที่ 1 เพราะน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ราคาต่อกิโลกรัมถูกกว่า โดยมีเงื่อนไขของสถานการณ์ คือ **ต้องซื้อน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดรวม 48 กิโลกรัม** อาจแจกแจงรายการในตารางได้ดังนี้

น้ำตาลทราย ชนิดที่ 2 ถุงละ 4 กก.	น้ำตาลทราย ชนิดที่ 1 ถุงละ 3 กก.	รวมน้ำหนัก น้ำตาลทราย 2 ชนิด (กก.)	รวมเงินทั้งหมด (บาท)	หมายเหตุ
11 ถุง (44 กก.)	1 ถุง (3 กก.)	$44 + 3 = 47$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
11 ถุง (44 กก.)	2 ถุง (6 กก.)	$44 + 6 = 50$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
10 ถุง (40 กก.)	2 ถุง (6 กก.)	$40 + 6 = 46$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
10 ถุง (40 กก.)	3 ถุง (9 กก.)	$40 + 9 = 49$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์

น้ำตาลทราย ชนิดที่ 2 ถุงละ 4 กก.	น้ำตาลทราย ชนิดที่ 1 ถุงละ 3 กก.	รวมน้ำหนัก น้ำตาลทราย 2 ชนิด (กก.)	รวมเงินทั้งหมด (บาท)	หมายเหตุ
9 ถุง(36 กก.)	4 ถุง (12 กก.)	$36 + 12 = 48$	$(9 \times 42) + (4 \times 36) = 522$	เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
8 ถุง (32 กก.)	5 ถุง (15 กก.)	$32 + 15 = 47$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
7 ถุง (28 กก.)	6 ถุง (18 กก.)	$28 + 18 = 46$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
7 ถุง (28 กก.)	7 ถุง (21 กก.)	$28 + 21 = 49$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
6 ถุง(24 กก.)	8 ถุง(24 กก.)	$24 + 24 = 48$	$(6 \times 42) + (8 \times 36) = 540$	เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
5 ถุง (20 กก.)	9 ถุง (27 กก.)	$20 + 27 = 47$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
5 ถุง (20 กก.)	10 ถุง (30 กก.)	$20 + 30 = 50$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
4 ถุง (16 กก.)	10 ถุง (30 กก.)	$16 + 30 = 46$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
4 ถุง (16 กก.)	11 ถุง (33 กก.)	$16 + 33 = 49$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
3 ถุง(12 กก.)	12 ถุง (36 กก.)	$12 + 36 = 48$	$(3 \times 42) + (12 \times 36) = 558$	เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
2 ถุง (8 กก.)	13 ถุง (39 กก.)	$8 + 39 = 47$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
2 ถุง (8 กก.)	14 ถุง (42 กก.)	$8 + 42 = 50$		เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
1 ถุง (4 กก.)	14 ถุง (42 กก.)	$4 + 42 = 46$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์
1 ถุง (4 กก.)	15 ถุง (45 กก.)	$4 + 45 = 49$		ไม่เป็นไปตาม เงื่อนไขของโจทย์

สรุปว่า (1) แม่ควรซื้อน้ำตาลทรายชนิดที่ 1 ถุงละ 3 กิโลกรัม จำนวน 4 ถุง
 ราคาถุงละ 36 บาท เป็นเงิน 144 บาท
 (2) แม่ควรซื้อน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ถุงละ 4 กิโลกรัม จำนวน 9 ถุง
 ราคาถุงละ 42 บาท เป็นเงิน 378 บาท แม่ต้องจ่ายเงิน 522 บาท
 จึงจะพอดีและประหยัดเงินที่สุด



ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

พิจารณารายละเอียดจากตาราง ดังนี้

น้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ถุงละ 4 กก.	น้ำตาลทรายชนิดที่ 1 ถุงละ 3 กก.	รวมน้ำหนักน้ำตาลทราย 2 ชนิด (กก.)	รวมเงินทั้งหมด
9 ถุง (36 กก.)	4 ถุง (12 กก.)	$36 + 12 = 48$	$(9 \times 42) + (4 \times 36) = 522$
6 ถุง (24 กก.)	8 ถุง (24 กก.)	$24 + 24 = 48$	$(6 \times 42) + (8 \times 36) = 540$
3 ถุง (12 กก.)	12 ถุง (36 กก.)	$12 + 36 = 48$	$(3 \times 42) + (12 \times 36) = 558$

ถ้าแม่ต้องการซื้อน้ำตาลทรายทั้ง 2 ชนิด ให้พอดีและประหยัดเงินที่สุด

ต้องซื้อน้ำตาลทรายชนิดที่ 1 ขนาดถุงละ 3 กิโลกรัม ราคาถุงละ 36 บาท จำนวน 4 ถุง
 และซื้อน้ำตาลทรายชนิดที่ 2 ขนาดถุงละ 4 กิโลกรัม ราคาถุงละ 42 บาท จำนวน 9 ถุง

ส่วนที่ 3

กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหาและ
แนวคิดกิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา

กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา
โดยการเดาและตรวจสอบ

(Guess and Check)



กิจกรรมที่ 1.1

คิดสนุกกับการบวกและการลบ

กำหนดตัวอักษรแต่ละตัวแทนเลขโดดที่แตกต่างกัน จงหาเลขโดดที่แทน
ตัวอักษรเหล่านั้น

A B C B
B D C B +

C E A A



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

A แทน.....

B แทน.....

C แทน.....

D แทน.....

E แทน.....

กิจกรรมที่ 1.2

เที่ยวสวนสัตว์



บัตรผ่านประตูเข้าชมสวนสัตว์แห่งหนึ่งมี 2 ราคา
 บัตรสำหรับผู้ใหญ่ ราคาใบละ 50 บาท
 บัตรเด็กราคาใบละ 30 บาท
 วันหนึ่งมีผู้เข้าชมสวนสัตว์ เป็นเด็กจำนวนน้อยกว่าผู้ใหญ่ 10 คน
 ขายบัตรได้เงินทั้งหมด 2100 บาท ถ้าวัดว่า วันนี้มีผู้เข้าชมสวนสัตว์เป็นเด็กกี่คน

แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 1.3

จัดงานเลี้ยงรุ่น



ศิษย์เก่าโรงเรียนแห่งหนึ่ง จัดงานเลี้ยงรุ่น มีศิษย์เก่ามาร่วมงาน 98 คน โต๊ะอาหารมี 11 โต๊ะ บางโต๊ะมี 8 ที่นั่ง บางโต๊ะมี 10 ที่นั่ง อยากรทราบว่า มีโต๊ะที่จัดไว้ 10 ที่นั่งกี่โต๊ะ

แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 1.4

จัตุรัสกล 3 x 3

1. ให้นำตัวเลข ทางซ้ายมือทั้งหมดไปวางลงในตาราง 3 x 3 ทางขวามือ

กติกา: ผลบวกใน แนวตั้ง แนวนอน หรือ แนวเส้นทแยงมุม แต่ละแนวเท่ากันหมด



แนวคิด

1. ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2. วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3. ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 1.5

นับอายุ

ณดลมีอายุแก่กว่าโอปอ 5 ปี ถ้าผลรวมของอายุของทั้งสองคน
เท่ากับ 27 ปี ณดลและโอปอ มีอายุคนละกี่ปี



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา

โดยการสร้างตาราง

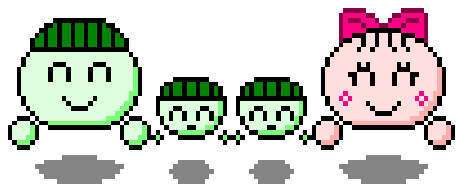
(Make a Table)



กิจกรรมที่ 2.1

ตัวหารร่วมมาก

ห.ร.ม. ของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 8 ถ้าผลบวกของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 72
จงหาว่าจำนวนทั้งสองเป็นอะไรบ้าง



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 2.2

หยิบอย่างไรให้ได้ครบ

มีลูกปิด 3 สี สีละ 30 ลูก บรรจุในกล่องทึบใบหนึ่ง จะต้องหยิบลูกปิดครั้งเดียว
อย่างน้อยที่สุดกี่ลูก จึงจะได้ลูกปิดที่มีสีเดียวกันอย่างน้อย 3 ลูก



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 2.3

ตารางออกกำลังกาย

ต้นกล้าจะแบ่งเวลาออกกำลังกายในวัน อาทิตย์ จันทร์ พุธ ศุกร์ ต้นหญ้าจะแบ่งเวลาออกกำลังกาย
ในวันอังคาร พุธ และเสาร์ ส่วนต้นข้าวจะมีเวลาออกกำลังกายในวันจันทร์ถึงศุกร์เลย
อยากทราบว่าทั้งสามคนจะมีเวลาออกกำลังกายตรงกันวันไหนบ้าง



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 2.4

มีความจุเท่าไร

บริษัทแห่งหนึ่งผลิตกล่องพลาสติกทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากไม่มีฝา มีความกว้าง 10 เซนติเมตร ความยาว 20 เซนติเมตร และความสูง 8 เซนติเมตร ในปัจจุบันพลาสติกมีราคาแพงมาก บริษัทต้องการผลิตกล่องขนาดใหญ่โดยลดขนาดความกว้าง ความยาว หรือความสูง เพียง 2 ด้าน ด้านละ 2 เซนติเมตร ควรลดขนาดของกล่องด้านใด จึงจะทำให้กล่องมีความจุมากที่สุด และมีความจุเท่าใด



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 2.5

สนามหญ้า

คุณสมลักษณ์และคุณสมสมัย มีบ้านติดกัน สนามหญ้าหน้าบ้านของแต่ละบ้านมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความยาวรอบโดยรอบ 24 เมตร และพื้นที่ต่างกัน 8 ตารางเมตร ความกว้าง และความยาวของสนามหญ้า เป็นจำนวนเต็มเมตร อยากทราบว่าพื้นที่ของสนามหญ้าของทั้ง 2 บ้าน รวมกันเป็นเท่าไร



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 2.6

แบ่งดินสอ

ครูสมพร มีดินสอจำนวนหนึ่ง นำไปแจกให้นักเรียน 3 กลุ่ม ดังนี้
 ถ้าแจกให้นักเรียนกลุ่มที่ 1 คนละ 3 แท่ง จะเหลือดินสอ 1 แท่ง
 ถ้าแจกให้นักเรียนกลุ่มที่ 2 คนละ 4 แท่ง จะเหลือดินสอ 3 แท่ง
 ถ้าแจกให้นักเรียนกลุ่มที่ 3 คนละ 5 แท่ง จะเหลือดินสอ 4 แท่ง
 จงหาว่าครูสมพร มีดินสออย่างน้อยที่สุดกี่แท่ง



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา

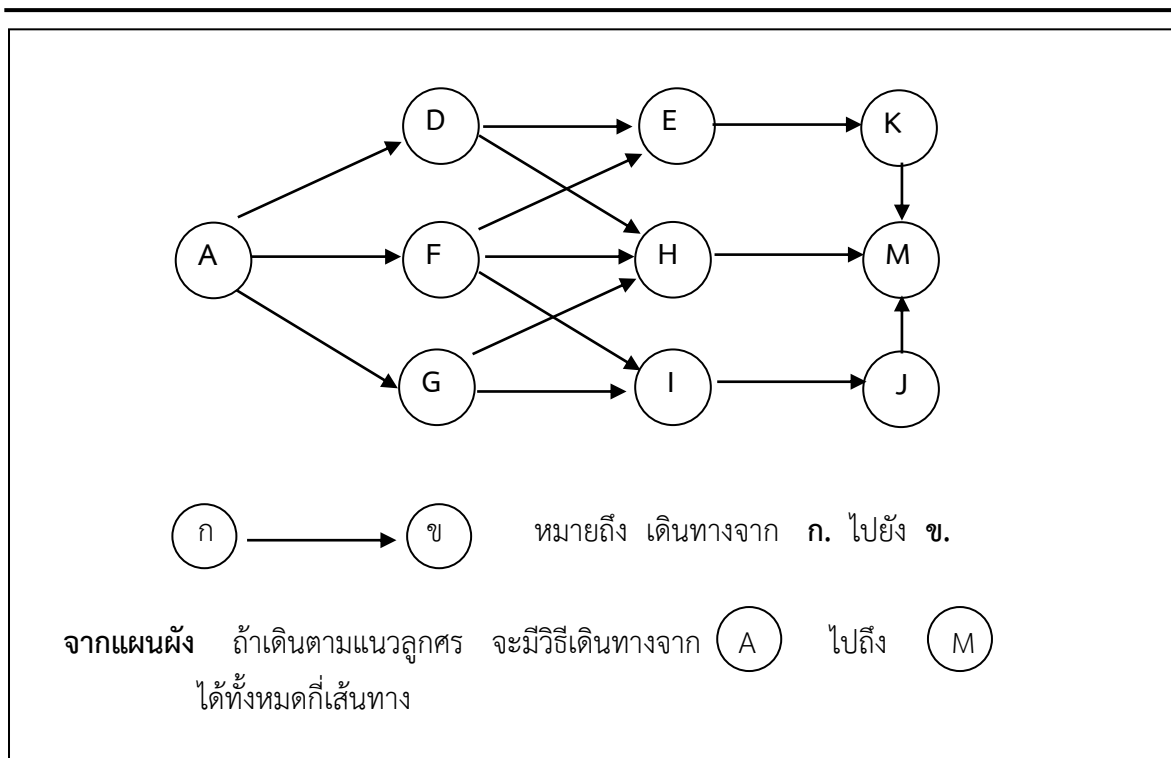
โดยการแจกแจงรายการ

(Make an Organize list)



กิจกรรมที่ 3.1

เดินมาราธอน



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

กิจกรรมที่ 3.2

แถวตรง

นำนักเรียนชาย 4 คน มายืนเรียงแถวแตกต่างกัน ได้กี่แบบ
ถ้าให้นักเรียนคนหนึ่งยืนหัวแถวเสมอ

แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....



กิจกรรมที่ 3.3

แข่งขันตอบปัญหา



ในการแข่งขันทายปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยจัดแข่งเป็นคู่ๆมีนักเรียน
เข้าแข่งขัน 5 คน ในรอบแรกจัดแข่งขันแบบพบกันหมด จะจัดได้กี่แบบ

แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 3.4

แสดมภ์

มีแสดมภ์ชนิดดวงละ 3 บาท 4 ดวง ชนิดดวงละ 5 บาท 3 ดวง
จะมีวิธีติดแสดมภ์ให้มีค่าต่างกัน อย่างน้อย 1 ดวง ได้กี่วิธี



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 3.5

สร้างจำนวน

สุ่มหยิบสลาก 2 ใบ ใบที่หนึ่ง จากขวดโหลที่หนึ่ง และ ใบที่สองจากขวดโหลที่สอง

ขวดโหลที่หนึ่ง มีสลาก ,

ขวดโหลที่สองมีสลาก , ,

แล้วนำมาสร้างจำนวน 2 หลัก ได้กี่จำนวนที่ไม่ซ้ำกัน



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา
โดยการค้นหาแบบรูป

(Look for a Pattern)



กิจกรรมที่ 4.1

หอยทากมีกี่ตัว

ยลดา พบว่า หอยทากที่สวนหลังบ้านมีหอยทากเพิ่มขึ้นทุกวัน

วันแรกมี 9 ตัว

วันที่สองมี 17 ตัว

วันที่สามมี 24 ตัว

วันที่สี่มี 32 ตัว

วันที่ห้ามี 39 ตัว

ถามว่า ตั้งแต่วันที่เท่าใด ที่มีหอยทากมากกว่า 90 ตัว



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 4.2

หาผลลบ

จงหาผลลบของ

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \dots - \frac{1}{256}$$



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 4.3

กองกระดาษ

ถ้าจะวางกระดาษเป็นกอง โดย

กองที่หนึ่ง มีกระดาษ 2 แผ่น

กองที่สอง มีกระดาษ 2 เท่าของกองที่หนึ่ง

กองที่สาม มีกระดาษ 2 เท่าของกองที่สอง

กองที่สี่ มีกระดาษ 2 เท่าของกองที่สาม

เป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ

กองที่สิบ จะมีกระดาษกี่แผ่น



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 4.4

สามจำนวนถัดไป

จงหา 3 จำนวนถัดไปของแบบรูป

2, 5, 10, 17, 26, 37, ...

แนวคิด



1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 4.5
จำนวนที่ n

จงหาจำนวนที่ 20 และจำนวนที่ n เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ ของ
1, 4, 7, 10, 13, 16, ...



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา
โดยการวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง

(Draw a Picture)



กิจกรรมที่ 5.1

โต๊ะกินข้าว

ในชั้นเรียนวิชาศิลปะ นักเรียน 4 คน ต้องนั่งรอบโต๊ะสี่เหลี่ยมจัตุรัส นักเรียนตัดสินใจที่จะสร้างโต๊ะสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดใหญ่ โดยการวางโต๊ะสี่เหลี่ยมจัตุรัส 6 ตัวเรียงกัน
อยากทราบว่าจะมีนักเรียนที่นั่งโต๊ะใหญ่จำนวนกี่คน



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 5.2

ลูกเสือ

ลูกเสือเดินทางไกลโดยออกเดินทางจากโรงเรียนไปทางทิศตะวันออก เป็นระยะทาง 5 กิโลเมตร แล้วเดินทางไปทางใต้ เป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร จากนั้นเดินทางไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้ เป็นระยะทาง 5 กิโลเมตร และเดินทางไปทางทิศตะวันตกเป็นระยะทาง 3.5 กิโลเมตร แล้วตั้งค่ายพักแรม
ค่ายพักแรม อยู่ห่างจากโรงเรียนประมาณกี่กิโลเมตร

แนวคิด



1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 5.3

บันไดมีกี่ชั้น

ถ้าก้าวขึ้นบันไดทีละ 2 ชั้น จะมีเศษเหลือ 1 ชั้น

ถ้าก้าวขึ้นบันไดทีละ 3 ชั้น จะมีเศษเหลือ 2 ชั้น

ถ้าก้าวขึ้นบันไดทีละ 4 ชั้น จะมีเศษเหลือ 3 ชั้น

ถ้าจำนวนชั้นบันไดมีน้อยกว่า 20 ชั้น

บันไดนี้จะมีกี่ชั้น



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 5.4

คุณพ่ออย่างหนุ่ม

ตอนที่สมศักดิ์อายุ 12 ปี คุณพ่อของเขาอายุ 30 ปี ปัจจุบันคุณพ่อสมศักดิ์มีอายุเป็น 2 เท่า ของสมศักดิ์ ลองทายซิว่า สมศักดิ์อายุเท่าไร



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 5.5

แบ่งอย่างไรดี

ปรีชามีขนมอยู่ 3 ชั้น แต่ละชั้นเท่าๆกัน ต้องการแบ่งให้เด็ก 5 คน ได้คนละเท่าๆกัน โดยแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 1 แบ่งขนม 3 ชั้น ที่มีให้แก่เด็ก 5 คน คนละเท่ากัน แล้วยังมีเหลือบางส่วนไว้

ขั้นตอนที่ 2 แบ่งขนมที่เหลือให้แก่เด็ก 5 คน คนละ คนละเท่ากันพอดี

ถามว่า ครั้งแรกเด็กแต่ละคนได้ขนมเท่าไร ครั้งหลังเด็กแต่ละคนได้ขนมเท่าไร

รวมแต่ละคนได้ขนม เท่าไร



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา
โดยการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

(Solve a Simple Problem)



กิจกรรมที่ 6.1

หนังสือมีกี่หน้า

หนังสือเล่มหนึ่ง เขียนเลขหน้ากำกับไว้แต่ละหน้า ตั้งแต่ 1, 2, 3,... 10, ...98,... 105,...
ไปเรื่อยๆ ปรากฏว่าใช้เลขโดดทั้งหมด 2893 ตัว
ถามว่า หนังสือเล่มนี้มีทั้งหมดกี่หน้าที่เขียนตัวเลขกำกับไว้

แนวคิด



1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 6.2

ตรงช่องไหนดี

สมมุติ จำนวนนับทั้งหมดเรียงกันตามแนวตั้ง ดังแสดงไว้ ข้างล่าง

A	B	C	D	E	F	G
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16				

ถามว่า จำนวน 1000 อยู่ในแนวตั้งที่มีตัวอักษรเป็นอะไร

แนวคิด



1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 6.3

$$A + B = ?$$

กำหนด A, B แทนเลขโดด 1 ถึง 9 ที่ต่างกัน

$$\text{และ } \frac{1}{3} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$$

จงหาค่า A + B



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

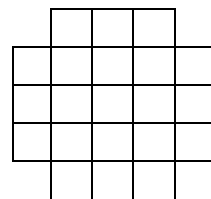
.....

.....

กิจกรรมที่ 6.4

จัตุรัสที่รูป

แต่ละช่องของรูปทางขวามือเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ถามว่า มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดกี่รูป



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 6.5

พ.ศ. อะไร

จงหาผลบวกของปี พ.ศ.

$$\frac{2552 + 2551 \times 2553}{2552 \times 2553 - 1} + \frac{2553 + 2552 \times 2554}{2553 \times 2554 - 1}$$



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา

โดยใช้การทำย้อนกลับ

(Work Backwards)



กิจกรรมที่ 7.1

เหลือส้มก็ลูก

ปรารภนำส้มมา 60 ลูก เพื่อฉลองวันปีใหม่ เขามอบให้คุณครู 9 ลูก
ที่เหลือแบ่งให้เพื่อนๆในห้องอีก 18 คน และตัวเองด้วย คนละเท่าๆกัน
จะเหลือส้มอีกกี่ลูก



แนวคิด

1. ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2. วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3. ดำเนินการตามแผน.....

4. ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 7.2

โยเยมีเงินเท่าไร

โยเยให้เงินยูอี้ เป็นจำนวนเท่ากับที่ยูอี้มีอยู่แล้ว ต่อมายูอี้ก็ให้เงินโยเยเท่ากับที่โยเยมีอยู่
ปรากฏว่าสุดท้ายแต่ละคนมีเงิน 120 บาท อยากทราบว่า เดิมโยเยมีเงินกี่บาท



แนวคิด

1. ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2. วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3. ดำเนินการตามแผน.....

4. ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 7.3

ซื้อข้าวเหนียวกี่ลิตร

อรรถซื้อข้าวเหนียวมา 1 ถุง แบ่งให้คิมหันทต์ $1\frac{1}{4}$ ลิตร แบ่งให้ซুমสาย $3\frac{1}{4}$ ลิตร และอรรถนำมาหนึ่งกินเองเป็น 2 เท่าของที่ให้ซুমสาย ถ้ามีข้าวเหนียวเหลืออยู่อีก 4 ลิตร ถามว่า อรรถซื้อข้าวเหนียวมากี่ลิตร



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 7.4

ร้องเรือ

ปรารภกับชุมสาย มีแผนจะไปล่องเรือวันนี้ ซึ่งตารางเรือออกจากท่าเวลา 14.00 น. เขาต้องใช้เวลาเตรียมตัว 25 นาที ใช้เวลาเดินทางจากบ้านถึงท่าเรือ 45 นาที ถามว่า ปรารภและชุมสายออกจากบ้านเวลาใด จึงจะไปถึงท่าเรือก่อนเรือออกจากท่า 5 นาที



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 7.5

สามกิจกรรม

โอปอใช้เวลากินข้าวกลางวัน 35 นาที ใช้เวลาวาดรูปด้วยสีน้ำมัน 1 ชั่วโมง และใช้เวลาอ่านหนังสือ 30 นาที เสร็จทั้งสามกิจกรรมนี้แล้วปรากฏว่าเป็นเวลา 15.00 น. ถามว่า เวลาที่โอปอเริ่มกินข้าวเวลาใด



แนวคิด

1. ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2. วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3. ดำเนินการตามแผน.....

4. ตรวจสอบ.....

กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา
โดยการใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ



กิจกรรมที่ 8.1

นักเรียน ป.6

นักเรียนชั้น ป.6 A และ ป.6 B รวมกันเป็น 80 คน ถ้านักเรียน ป.6 A จำนวน 5 คน ย้ายมาอยู่ ป.6 B แล้ว นักเรียน ป.6 A ยังคงมากกว่านักเรียน ป.6 B อีก 2 คน ถ้ามว่า ตอนแรกนักเรียน ป.6 B มีกี่คน



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 8.2

แต่ละคนมีเงินกี่บาท

มาลาตี และ พิมลดา มีเงินรวมกัน 60 บาท แต่มาลาตีมีเงินมากกว่าพิมลดา 10 บาท ถ้าวถามว่า แต่ละคนมีเงินกี่บาท

แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....



กิจกรรมที่ 8.3

เลี้ยงสัตว์



อรรถพลเลี้ยงไก่ ห่าน และเป็ด รวม 24 ตัว มีเป็ดมากกว่าไก่ 4 ตัว
มีห่านมากกว่าไก่ 2 ตัว อรรถพลเลี้ยงไก่ เป็ด และห่านอย่างละกี่ตัว

แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 8.4

บัตรอวยพร



ซินนา มีบัตรอวยพร 26 ใบ

อัญมณี มีบัตรอวยพร 14 ใบ

อัญมณี อยากมีบัตรอวยพรให้ได้เท่ากับของซินนา จึงขอจากซินนา

ถามว่า ซินนาต้องให้บัตรอวยพรแก่อัญมณีกี่ใบ จึงทำให้บัตรอวยพร ของซินนา
และอัญมณีเท่ากัน

แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

3.ดำเนินการตามแผน.....

4.ตรวจสอบ.....

กิจกรรมที่ 8.5

จำนวนสี่ เรียงติดกัน

จงหาจำนวนสี่ 4 จำนวนที่เรียงติดกันจากน้อยไปมาก และมีผลบวกเป็น 40



แนวคิด

1.ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ถามอะไร :

.....

เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง :

.....

2.วางแผนแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์

.....

3.ดำเนินการตามแผน.....

.....

.....

.....

.....

4.ตรวจสอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวคิด

กิจกรรมฝึกทักษะการแก้ปัญหา



แนวคิดกิจกรรมที่ 1.1
คิดสนุกกับการบวกและการลบ

แนวคิด : ใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ

แนวตอบ ข้อ 1.

$$\begin{array}{r} ABCB + \\ BDCB \\ \hline CEAA \end{array}$$

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้ A, B, C, D, E เป็นเลขโดดที่แตกต่างกันและ
 $ABCB + BDCB = CEAA$
- โจทย์ถามอะไร ให้หา A, B, C, D และ E

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- ใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

ครูอาจจะถามเพื่อให้เกิดการคิดวิเคราะห์และความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ดังนี้

- A เป็นจำนวนคู่ หรือ จำนวนคี่ เพราะเหตุใด
- ถ้า A เป็นจำนวนคู่ A จะเป็นจำนวนนับที่มากกว่า 6 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ฯลฯ

ครูอาจใช้การถาม – ตอบ เพื่อสรุปผลของปัญหาดังนี้ จากการพิจารณาปัญหาพบว่า A อาจจะเป็น 0, 2, 4, 6 หรือ 8

กรณีที่ 1 ถ้า A แทน 0 อาจวิเคราะห์สรุปปัญหาได้ดังนี้

- ถ้า A แทน 0 เป็นไปไม่ได้ เพราะจะทำให้ ABCB เป็นจำนวนที่มีสามหลัก ขัดแย้งกับโจทย์

กรณีที่ 2 ถ้า A แทน 2 B เป็นไปได้ 2 กรณี คือ B แทน 1 หรือ 6 พิจารณาสรุปได้ว่า

- B แทน 1 แสดงว่า C ต้องแทน 6 เท่านั้น ทำให้ผลบวกในหลักพันไม่เป็นจริง คือ $2 + 1$ จะไม่เท่ากับ 6 หรือ $2 + 1$ รวมทศอีก 1 ก็ไม่เท่ากับ 6
- B แทน 6 ไม่ได้ เพราะ ในหลักหน่วย 6 บวกกับ 6 ได้ 12 ใส่ 2

ในหลักหน่วย ทดหนึ่งในหลักสิบ ในหลักสิบ C บวกกับ C รวมทอดอีกหนึ่ง
ผลรวมที่ได้จะไม่เป็นจำนวนคู่แน่นอน

- ดังนั้น A แทน 2 ไม่ได้

กรณีที่ 3 ถ้า A แทน 4 B เป็นไปได้ 2 กรณี คือ B แทนด้วย 2 หรือ 7

- B แทน 2 ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ เพราะจะทำให้ C ต้องแทน 7
มีผลต่อการแก้ปัญหาดังนี้

$$\begin{array}{r}
 \text{A B C B} \\
 \text{B D C B} \\
 \text{C E A A} \\
 \hline
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 4272 \\
 2872 \\
 \hline
 7144
 \end{array}$$

ดังนั้น A แทน 4 B แทน 2
C แทน 7 D แทน 8
E แทน 1

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

จากการดำเนินการแก้ปัญหา พบว่า A แทน 4 B แทน 2

C แทน 7 D แทน 8 และ E แทน 1

นำค่าที่ได้ไปแทนค่าเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ดังนี้

$$\begin{array}{r}
 \text{A B C B} \\
 \text{B D C B} \\
 \text{C E A A} \\
 \hline
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 4272 \\
 2872 \\
 \hline
 7144
 \end{array}$$

- B แทน 7 ไม่ได้ เพราะในหลักหน่วย 7 บวกกับ 7 ได้ 14

ใส่ 4 ในหลักหน่วย ทดหนึ่งในหลักสิบ ในหลักสิบ C บวกกับ C
รวมทอดอีกหนึ่ง ผลรวมที่จะได้จะไม่เป็นจำนวนคู่แน่นอน

กรณีที่ 4 ถ้า A แทน 6 B เป็นไปได้ 2 กรณี คือ B แทน 3 หรือ 8 พิจารณาสรุปได้ว่า

- B แทน 3 แสดงว่า C ต้องแทนด้วย 8 เท่านั้น ทำให้ผลบวกในหลักพัน
ไม่เป็นจริง คือ $6 + 3$ จะไม่เท่ากับ 8 หรือ $6 + 3$ รวมทอดอีก 1
ก็ไม่เท่ากับ 8

- B แทน 8 ไม่ได้ เพราะทำให้ผลบวกในหลักพัน $6 + 8 = 14$

เป็นจำนวนที่มีสองหลัก ชัดแย้งกับปัญหาที่ผลบวกในหลักพัน ต้องเป็นเลขโดด

- ดังนั้น A แทน 6 ไม่ได้

กรณีที่ 5 ถ้า A แทน 8 B เป็นไปได้ 2 กรณี คือ B แทน 4 หรือ 9 พิจารณาสรุปได้ว่า

- B แทน 4 ไม่ได้ เพราะทำให้ผลบวกในหลักพัน $8 + 4 = 12$

เป็นจำนวนที่มีสองหลัก ชัดแย้งกับปัญหาที่ผลบวกในหลักพันต้องเป็นเลขโดด

- B แทน 9 ไม่ได้ เพราะทำให้ผลบวกในหลักพัน $8 + 9 = 17$

เป็นจำนวนที่มีสองหลัก ชัดแย้งกับปัญหาที่ผลบวกในหลักพัน ต้องเป็นเลขโดด

- ดังนั้น A แทน 8 ไม่ได้

แนวคิดกิจกรรมที่ 1.2
เที่ยวสวนสัตว์

แนวคิดการแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

มีผู้เข้าชมสวนสัตว์เป็นเด็กกี่คน

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

บัตรสำหรับผู้ใหญ่ ราคาใบละ 50 บาท

บัตรเด็ก ราคาใบละ 30 บาท

ขายบัตรได้เงินทั้งหมด 2100 บาท

มีเด็กจำนวนน้อยกว่าผู้ใหญ่ 10 คน

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

- ใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

คาดเดา		ตรวจสอบ ปรับปรุง	สรุป	
เด็ก	ผู้ใหญ่		เป็นจริงตาม โจทย์	ไม่เป็นจริง ตามโจทย์
18	28	$(18 \times 30) + (28 \times 50) = 1940$		✓
22	32	$(22 \times 30) + (32 \times 50) = 2260$		✓
20	30	$(20 \times 30) + (30 \times 50) = 2100$	✓	

4. ชั้นตรวจสอบ

จากการดำเนินการ พบว่า ถ้ามีเด็ก 20 คน ผู้ใหญ่ 30 คน จะทำให้ได้เงินจากการขายบัตร
 $(20 \times 30) + (30 \times 50) = 2100$ บาท

ดังนั้น มีเด็กเข้าชมสวนสัตว์ 20 คน

แนวคิดกิจกรรมที่ 1.3 จัดงานเลี้ยงรุ่น

แนวคิดการแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

มีโต๊ะที่จัดไว้ 10 ที่นั่งก็โต๊ะ

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

มีศิษย์เก่ามาร่วมงาน 98 คน

โต๊ะอาหาร มี 11 โต๊ะ

บางโต๊ะมี 8 ที่นั่ง บางโต๊ะมี 10 ที่นั่ง

2. ช้้นวางแผนแก้ปัญหา

- ใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ

3. ขั้นตอนการตามแผน

คาดเดา		ตรวจสอบ ปรับปรุง	สรุป	
8 ที่นั่ง	10 ที่นั่ง		เป็นจริงตาม โจทย์	ไม่เป็นจริง ตามโจทย์
4	7	$(8 \times 4) + (10 \times 7) = 102$		✓
5	6	$(8 \times 5) + (10 \times 6) = 100$		✓
6	5	$(8 \times 6) + (10 \times 5) = 98$	✓	

4. ขั้นตรวจสอบ

จากการดำเนินการ พบว่า ถ้าโต๊ะ 8 ที่นั่งมี 6 โต๊ะ และ ถ้าโต๊ะ 10 ที่นั่งมี 5 โต๊ะ (รวมโต๊ะทั้งหมด 11 โต๊ะ จะทำให้มีคน จำนวน $(8 \times 6) + (10 \times 5) = 98$ คน ตามที่โจทย์กำหนด

ดังนั้น มีโต๊ะที่จัดไว้ 10 ที่นั่ง จำนวน 5 โต๊ะ

แนวคิดกิจกรรมที่ 1.4
จัตุรัสกล 3 x 3

1. ให้นำตัวเลข ทางซ้ายมือทั้งหมดไปวางลงในตาราง 3 x 3 ทางขวามือ

กติกา: ผลบวกใน แนวตั้ง แนวนอน หรือ แนวเส้นทแยงมุม แต่ละแนวเท่ากันหมด

6	1	8
7	5	3
2	9	4

แนวคิดการแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ให้นำตัวเลขทั้งหมดไปวางลงในตาราง 3 x 3 ทางขวามือ โดยผลบวกใน แนวตั้ง
แนวนอน หรือ แนวเส้นทแยงมุม แต่ละแนวเท่ากันหมด

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

มีตัวเลข 1 2 3 4 5 6 7 8 9 และมี ตาราง 9 ช่อง

2. ช้ันวางแผนแก้ปัญหา

- ใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ

3. ช้ันดำเนินการตามแผน

1.เคล็ดลับ เรียง 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ตัวใดอยู่กลางเอาไว้กลาง ซึ่งได้แก่ 5

2. จับคู่ 1 กับ 9 , 2 กับ 8 , 3 กับ 7 , 4 กับ 6

3. นำตัวเลข ในข้อ 2 ใส่ในช่อง ตามแนวนอน แนวตั้งหรือแนวทแยง ให้ผลบวกทั้ง 3 จำนวน
เท่ากับ 15 เช่น ในตารางขวามือ

4. ช้ันตรวจสอบ

$$6 + 1 + 8 = 15$$

$$6 + 7 + 2 = 15$$

$$6 + 5 + 4 = 15$$

$$7 + 5 + 3 = 15$$

$$1 + 5 + 9 = 15$$

$$2 + 5 + 8 = 15$$

$$2 + 9 + 4 = 15$$

$$8 + 3 + 4 = 15$$

แนวคิดกิจกรรมที่ 1.5
นับอายุ

แนวคิดการแก้ปัญหา : ใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ณดลและโอปอ มีอายุคนละกี่ปี

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ณดลมีอายุแก่กว่าโอปอ 5 ปี

ผลรวมของอายุของทั้งสองคนเท่ากับ 27 ปี

2. ขั้่นวางแผนแก้ปัญหา

- ใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ

3. ขั้่นดำเนินการตามแผน

คาดเดา		ตรวจสอบ ปรับปรุง	สรุป	
อายุโอปอ	อายุณดล		เป็นจริงตาม โจทย์	ไม่เป็นจริง ตามโจทย์
5	10	$5 + 10 = 15$		✓
10	15	$10 + 15 = 25$		✓
11	16	$11 + 16 = 27$	✓	

4. ขั้่นตรวจสอบ

จากการดำเนินการ พบว่า ถ้าโอปอมีอายุ 11 ปี ณดลจะมีอายุ 16 ปี (แก่กว่าโอปอ 5 ปี) เมื่อรวมอายุ ของทั้งสอง คน จะได้ $11 + 16 = 27$ เป็นไปตามที่โจทย์กำหนด

ดังนั้น โอปอมีอายุ 11 ปี ณดลมีอายุ 16 ปี

แนวคิดกิจกรรมที่ 2.1

ตัวหารร่วมมาก

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จำนวนทั้งสองเป็นอะไรบ้าง

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ห.ร.ม. ของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 8

ผลบวกของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 72

2. ช้ันวางแผนแก้ปัญหา

ใช้กลยุทธ์การแจกแจงรายการและสร้างตาราง โดยใช้ความรู้เรื่องการหา ห.ร.ม. เขียนแจกแจงรายการและบันทึกผลลงในตาราง แล้วสังเกตผลที่ได้เป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่

3. ช้ันดำเนินการตามแผน

จากปัญหาที่กำหนด ห.ร.ม. ของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 8 ดังนั้นจำนวนทั้งสองต้องเป็นจำนวนที่หารด้วย 8 ลงตัว และผลบวกของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 72

จำนวนที่หนึ่ง	จำนวนที่สอง	ผลบวกของจำนวน ทั้งสอง	ห.ร.ม.ของจำนวน ทั้งสอง	เป็นไปตามเงื่อนไข ของปัญหา
8	64	72	8	✓
16	56	72	8	✓
24	48	72	24	✗
32	40	72	8	✓

สรุปได้ว่า ห.ร.ม. ของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 8 และผลบวกของจำนวนทั้งสองเป็น 72

จำนวนทั้งสองนั้นคือ

(1) 8 กับ 64

(2) 16 กับ 56

(3) 32 กับ 40

4. ช้ันตรวจสอบ

(1) $8 + 64 = 72$ ห.ร.ม. คือ 8

(2) $16 + 56 = 72$ ห.ร.ม. คือ 8

(3) $32 + 40 = 72$ ห.ร.ม. คือ 8

แนวคิดกิจกรรมที่ 2.2
หยิบอย่างไรให้ได้ครบ

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จะต้องหยิบลูกปัดครั้งเดียวอย่างน้อยที่สุดกี่ลูก จึงจะได้ลูกปัดที่มีสีเดียวกันอย่างน้อย 3 ลูก

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

มีลูกปัด 3 สี สีละ 30 ลูก

2. ช้้นวางแผนแก้ปัญหา

ใช้กลยุทธ์การเขียนแสดงรายการแล้วบันทึกผลในตาราง

3. ช้้นดำเนินการตามแผน

คิดวิเคราะห์จากตารางนำไปสู่การสรุปผล โดยเริ่มจากการหยิบครั้งแรก 3 ลูก แล้วไปบันทึกผลเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ในตาราง

จำนวนลูกปัด ที่หยิบ	เหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของลูกปัด			เหตุการณ์ที่ได้ลูกปัด สีเดียวกันอย่างน้อย 3 ลูก
	สีที่ 1	สีที่ 2	สีที่ 3	
3	3	–	–	อาจจะเกิดขึ้น
	2	1	–	ไม่เกิดขึ้น
	1	1	1	ไม่เกิดขึ้น
4	4	–	–	อาจจะเกิดขึ้น
	3	1	–	อาจจะเกิดขึ้น
	2	2	–	ไม่เกิดขึ้น
	2	1	1	ไม่เกิดขึ้น
5	5	–	–	อาจจะเกิดขึ้น
	4	1	–	อาจจะเกิดขึ้น
	3	2	–	อาจจะเกิดขึ้น
	3	1	1	อาจจะเกิดขึ้น
	2	2	1	ไม่เกิดขึ้น

จำนวนลูกปิด ที่หยิบ	เหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของลูกปิด			เหตุการณ์ที่ได้ลูกปิด สีเดียวกันอย่างน้อย 3 ลูก
	สีที่ 1	สีที่ 2	สีที่ 3	
6	6	–	–	อาจจะเกิดขึ้น
	5	1	–	อาจจะเกิดขึ้น
	4	2	–	อาจจะเกิดขึ้น
	4	1	1	อาจจะเกิดขึ้น
	3	3	–	อาจจะเกิดขึ้น
	3	2	1	อาจจะเกิดขึ้น
	2	2	2	ไม่เกิดขึ้น
7	7	–	–	อาจจะเกิดขึ้น
	6	1	–	อาจจะเกิดขึ้น
	5	2	–	อาจจะเกิดขึ้น
	5	1	1	อาจจะเกิดขึ้น
	4	3	–	อาจจะเกิดขึ้น
	4	2	1	อาจจะเกิดขึ้น
	3	2	2	อาจจะเกิดขึ้น
	1	3	3	อาจจะเกิดขึ้น

ดังนั้น จึงสรุปผลการแก้ปัญหาได้ว่า ต้องหยิบลูกปิดอย่างน้อย 7 ลูก จึงจะได้ลูกปิดที่มีสีเดียวกัน
อย่างน้อยสามลูก

4. ขั้นตรวจสอบ

ตรวจสอบจากตาราง กรณีที่หยิบลูกปิด 7 ลูก

แนวคิดกิจกรรมที่ 2.3
ตารางออกกำลังกาย

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ทั้งสามคนจะมีเวลาออกกำลังกายตรงกันวันไหนบ้าง

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ต้นกล้าจะแบ่งเวลาออกกำลังกายในวัน อาทิตย์ จันทร์ พุธ ศุกร์

ต้นหญ้าจะแบ่งเวลาออกกำลังกายในวันอังคาร พุธ และเสาร์

ต้นข้าวจะมีเวลาออกกำลังกายในวันจันทร์ถึงศุกร์

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

ใช้กลยุทธ์การสร้างตาราง

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

ข้อนี้ใช้ตารางช่วย คือตีตาราง แล้วกาเครื่องหมายถูก ✓ ลงในช่องที่ตรงกับแต่ละคนสามารถไปออกกำลังกายได้ จะได้ดังนี้

วัน	ต้นกล้า	ต้นหญ้า	ต้นข้าว
จันทร์	✓		✓
อังคาร		✓	✓
พุธ	✓	✓	✓
พฤหัสบดี			✓
ศุกร์			✓
เสาร์		✓	
อาทิตย์	✓		

4. ชั้นตรวจสอบ

จากตารางจะเห็นว่า วันพุธ ทุกคนมีเครื่องหมายถูก (✓) ตรงกัน

ตอบ วันพุธ

แนวคิดกิจกรรมที่ 2.4 มีความจุเท่าไร

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ควรลดขนาดของกล่องด้านใด จึงจะทำให้กล่องมีความจุมากที่สุด และมีความจุเท่าใด

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 10 เซนติเมตร ความยาว 20 เซนติเมตร และความสูง 8

เซนติเมตร

ต้องการลดขนาดความกว้างความยาว หรือความสูง เพียง 2 ด้าน ด้านละ 2

เซนติเมตร

2. ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

ใช้กลยุทธ์การเขียนแจกแจงรายการแล้วบันทึกผลในตาราง

3. ขั้วดำเนินการตามแผน

วิเคราะห์ผลในตารางได้ดังนี้

ลดขนาดของด้าน	กว้าง (ซม.)	ยาว (ซม.)	สูง (ซม.)	ปริมาตร (ลบ.ซม.)
กว้าง และยาว	8	18	8	1,152
ยาว และสูง	10	18	6	1,080
กว้าง และสูง	8	20	6	960

4. ขั้วตรวจสอบ

จากตาราง ควรลดความยาวของด้านกว้าง และด้านยาว จะทำให้กล่องมีปริมาตรมากที่สุด

คือ $8 \times 18 \times 8 = 1,152$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

แนวคิดกิจกรรมที่ 2.5 สนามหญ้า

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

พื้นที่ของสนามหญ้าของทั้ง 2 บ้าน รวมกันเป็นเท่าไร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

สนามเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ความยาวรอบโดยรอบสนาม 24 เมตร

พื้นที่ของสนามสองบ้าน ต่างกัน 8 ตารางเมตร

2. ช้้นวางแผนแก้ปัญหา

ใช้กลยุทธ์การสร้างตาราง

3. ช้้นดำเนินการตามแผน

เนื่องจากสี่เหลี่ยมมุมฉาก ความยาวของด้านกว้าง + ด้านยาว = ความยาวรอบรูป $\div 2$
 $= 24 \div 2$

ดังนั้น ความยาวของด้านกว้าง + ด้านยาว = 12

แจกกรณีที่เป็นไปได้ของด้านกว้างและด้านยาว

กรณีที่	กว้าง	ยาว	กว้าง + ยาว	พื้นที่ (กว้าง×ยาว)
1	1	11	12	11
2	2	10	12	20
3	3	9	12	27
4	4	8	12	32
5	5	7	12	35
6	6	6	12	36

4. ช้้นตรวจสอบ

จากตาราง พบว่า กรณีที่ 3 และ 5 มีพื้นที่ต่างกัน $35 - 27 = 8$

ดังนั้น พื้นที่สนามหญ้าของบ้านทั้ง 2 บ้านคือ $35 + 27 = 62$ ตารางเมตร

แนวคิดกิจกรรมที่ 2.6
แบ่งดินสอ

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ครูสมพร มีดินสออย่างน้อยที่สุดกี่แท่ง

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ถ้าแจกให้นักเรียนกลุ่มที่ 1 คนละ 3 แท่ง จะเหลือดินสอ 1 แท่ง

ถ้าแจกให้นักเรียนกลุ่มที่ 2 คนละ 4 แท่ง จะเหลือดินสอ 3 แท่ง

ถ้าแจกให้นักเรียนกลุ่มที่ 3 คนละ 5 แท่ง จะเหลือดินสอ 4 แท่ง

2. ช้ันวางแผนแก้ปัญหา

ใช้กลยุทธ์การสร้างตาราง

3. ช้ันดำเนินการตามแผน

จำนวน ดินสอ	แจกคนละ			สรุป	
	3 แท่ง เหลือ	4 แท่ง เหลือ	5 แท่ง เหลือ	เป็นไปตามเงื่อนไข	ไม่เป็นไปตามเงื่อนไข
16	1	0	1		✓
17	2	1	2		✓
18	0	2	3		✓
19	1	3	4	✓	
20	2	0	0		✓

4. ช้ันตรวจสอบ

จากตาราง พบว่า จำนวนดินสอที่น้อยที่สุดที่จะแบ่งให้ได้ตามเงื่อนไข คือ จำนวน 19 แท่ง

$$19 \div 3 = 6 \text{ เศษ } 1, \quad 19 \div 4 = 4 \text{ เศษ } 3, \quad 19 \div 5 = 3 \text{ เศษ } 4$$

แนวคิดกิจกรรมที่ 3.1
เดินมาราธอน

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จะมีวิธีเดินทางจาก (A) ไปถึง (M) ได้ทั้งหมดกี่เส้นทาง

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

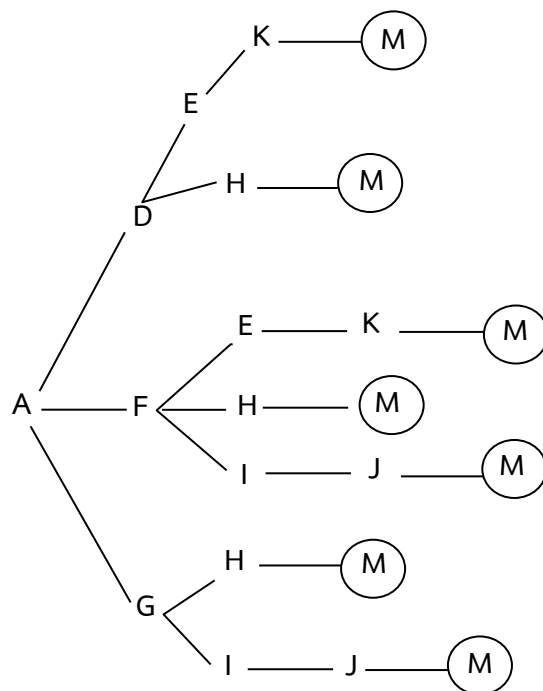
เดินตามแนวลูกศร ทางจาก (A) ไปถึง (M)

2. ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

ใช้กลยุทธ์การเขียนแจกแจงรายการและสร้างแบบจำลองโดยใช้แผนภูมิต้นไม้

3. ขั้นตอนการตามแผน

เขียนการแจกแจงรายการและสร้างแบบจำลอง โดยใช้แผนภูมิต้นไม้ ดังนี้



7. ขั้นตรวจสอบ

ผลจากการแก้ปัญหาโดยใช้แผนภูมิต้นไม้ สรุปได้ว่า มีวิธีเดินทางจาก A ไปถึง M ได้ทั้งหมด 7 เส้นทาง

แนวคิดกิจกรรมที่ 3.2

แถวตรง

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ยืนเรียงแถวแตกต่างกัน ได้กี่แบบ

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

นักเรียนชาย 4 คน ยืนเรียงแถว

ต้องให้นักเรียนคนหนึ่งยืนหัวแถวเสมอ

2. ขั้่นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การแจกแจงรายการ

3. ขั้่นดำเนินการตามแผน

สมมติให้ A, B, C, D แทนนักเรียน 4 คน และให้ A ยืนอยู่หัวแถวเสมอ นำมาจัดยืนเรียงแถวหัวแถว

A B C D

A B D C

A C B D

A C D B

A D B C

A D C B

4. ขั้่นตรวจสอบ

จัดยืนเรียงแถวได้ ทั้งหมด 6 แบบ

แนวคิดกิจกรรมที่ 3.3
แข่งขันตอบปัญหา

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จัดแข่งขันแบบพบกันหมด จะจัดได้กี่แบบ

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

จัดแข่งขันคณิตศาสตร์เป็นคู่ๆ

มีนักเรียนเข้าแข่งขัน 5 คน

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การแจกแจงรายการ

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

สมมติให้ A, B, C, D, E แทนนักเรียน 5 คน ใช้อักษรคู่แทนการแข่งขัน เช่น

AB หมายถึง A และ B แข่งขันกัน

AB กับ BA ในกรณีนี้ถือว่าเหมือนกัน

การแข่งขันจัดได้ ดังนี้

AB, AC, AD, AE

BC, BD, BE

CD, CE

DE

4. ชั้นตรวจสอบ

จัดการแข่งขันได้ทั้งหมด 10 แบบ

แนวคิดกิจกรรมที่ 3.4
แสตมป์

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จะมีวิธีติดแสตมป์ให้มีค่าต่างกัน อย่างน้อย 1 ดวง ได้กี่วิธี

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

มีแสตมป์ชนิดดวงละ 3 บาท 4 ดวง และชนิดดวงละ 5 บาท 3 ดวง

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การแจกแจงรายการ ในการแก้ปัญหา

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

3 บาท	3 บาท	3 บาท	3 บาท
5 บาท	5 บาท	5 บาท	

ใช้กลยุทธ์การแจกแจงรายการ ดังนี้

3, 33, 333, 3333,

5, 55, 555

35, 335, 3335, 33335

355, 3355, 33355, 333355

3555, 33555, 333555

3333555

4. ชั้นตรวจสอบ

ติดแสตมป์ มีค่าต่างกันอย่างน้อย 1 ดวง ได้ทั้งหมด 19 วิธี

แนวคิดกิจกรรมที่ 3.5 สร้างจำนวน

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

สร้างจำนวน 2 หลัก ได้กี่จำนวนที่ไม่ซ้ำกัน

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

สุ่มหยิบสลาก 2 ใบ ใบที่หนึ่ง จากขวดโหลที่หนึ่ง และ ใบที่สองจากขวดโหลที่สอง

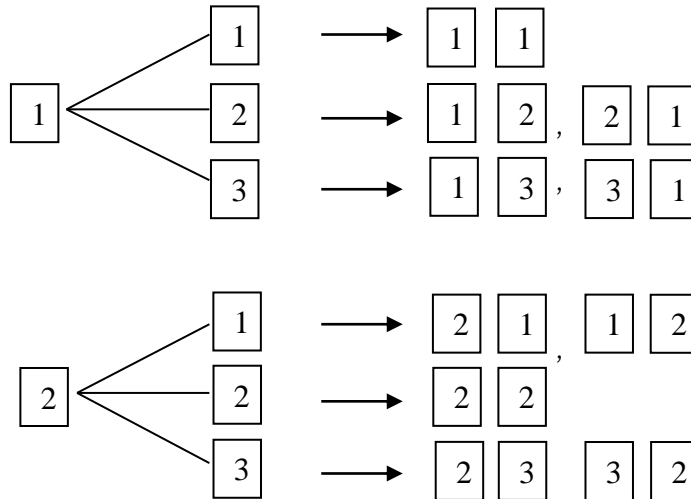
ขวดโหลที่หนึ่ง มีสลาก 1, 2

ขวดโหลที่สองมีสลาก 1, 2, 3

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การแจกแจงรายการ ในการแก้ปัญหา

3. ชั้นดำเนินการตามแผน



มีบางตัวซ้ำกันก็ตัดออก

4. ชั้นตรวจสอบ

ดังนั้น สร้างจำนวนที่ไม่ซ้ำกันได้ 8 จำนวน ได้แก่ 11, 12, 21, 13, 31, 22, 23, 32

แนวคิดกิจกรรมที่ 4.1 หอยทากมีกี่ตัว

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ตั้งแต่วันที่เท่าใด ที่มีหอยทากมากกว่า 90 ตัว

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

วันแรกมี	9 ตัว
วันที่สองมี	17 ตัว
วันที่สามมี	24 ตัว
วันที่สี่มี	32 ตัว
วันที่ห้ามี	39 ตัว

2. ช้ันวางแผนแก้ปัญหา

จากจำนวนหอยทากที่เพิ่มขึ้น พบว่า เพิ่มขึ้น 8 ตัว และ 7 ตัว สลับกันไป

จึง ใช้กลยุทธ์การค้นหาแบบรูปเพื่อแก้ปัญหา

3. ช้ันดำเนินการตามแผน

แบบรูปจำนวนหอยทาก

	9	17	24	32	39	47	54	62	69	77	84	92
ผลต่าง		8	7	8	7	8	7	8	7	8	7	8

เป็นแบบรูปที่เพิ่มขึ้นทีละ 8 และ 7 สลับกันไป ดังนั้นตั้งแต่วันที่ 12 ที่มีหอยทากมากกว่า 90 ตัว

4. ช้ันตรวจสอบ

วันที่ 12 จะมีหอยทาก $84 + 8 = 92$

แนวคิดกิจกรรมที่ 4.2

หาผลลบบ

แนวคิด :

2. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จงหาผลลบบ

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \dots - \frac{1}{256}$$

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การค้นหาแบบรูปเพื่อแก้ปัญหา

3. ขั้นตอนดำเนินการตามแผน

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$$

.

.

.

$$\frac{1}{128} - \frac{1}{256} = \frac{1}{256}$$

ดำเนินการไปเรื่อยๆจะเห็นแบบรูปว่าผลลบบของจำนวน 2 จำนวน จะได้เท่ากับจำนวนหลัง(ตัวลบบ)

$$\text{ดังนั้น } 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \frac{1}{64} - \frac{1}{128} - \frac{1}{256} = \frac{1}{256}$$

4. ชั้นตรวจสอบ

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{16} - \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{1}{32} - \frac{1}{64} = \frac{1}{64}$$

$$\frac{1}{64} - \frac{1}{128} = \frac{1}{128}$$

$$\frac{1}{128} - \frac{1}{256} = \frac{1}{256}$$



แนวคิดกิจกรรมที่ 4.3
กองกระดาษ

แนวคิด :

2. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

กองที่สิบ จะมีกระดาษกี่แผ่น

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

กองที่หนึ่ง มีกระดาษ 2 แผ่น

กองที่สอง มีกระดาษ 2 เท่าของกองที่หนึ่ง

กองที่สาม มีกระดาษ 2 เท่าของกองที่สอง

กองที่สี่ มีกระดาษ 2 เท่าของกองที่สาม

เป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การค้นหาแบบรูปเพื่อแก้ปัญหา

3. ขั้นตอนการตามแผน

กองที่หนึ่ง มีกระดาษ 2 แผ่น

กองที่สอง มีกระดาษ 2×2 หรือ $2^2 = 4$ แผ่น

กองที่สาม มีกระดาษ $2 \times 2 \times 2$ หรือ $2^3 = 8$ แผ่น

กองที่สี่ มีกระดาษ $2 \times 2 \times 2 \times 2$ หรือ $2^4 = 16$ แผ่น

กองที่สิบ จะมีกระดาษ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ หรือ $2^{10} = 1,024$ แผ่น

4. ขั้นตรวจสอบ

ดังนั้น กองที่สิบ จะมีกระดาษ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ หรือ $2^{10} = 1,024$ แผ่น

แนวคิดกิจกรรมที่ 4.4 สามจำนวนถัดไป

แนวคิด :

2. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จงหา 3 จำนวนถัดไปของแบบรูป

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

แบบรูป 2, 5, 10, 17, 26, 37, ...

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การค้นหาแบบรูปเพื่อแก้ปัญหา

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

วิเคราะห์

2, 5, 10, 17, 26, 37, ...

ผลต่างชั้นที่ 1

3 5 7 9 11

ผลต่างชั้นที่ 2

2 2 2 2

ผลต่างชั้นที่ 2 คงตัว เท่ากับ 2

ดังนั้น ผลต่างชั้นที่หนึ่ง ของสามจำนวนถัดไปน่าจะเป็น 13, 15, 17 ตามลำดับ

นั่นคือ จำนวน 3 จำนวน ถัดไป ได้แก่ $37 + 13 = \underline{50}$, $50 + 15 = \underline{65}$, $65 + 17 = \underline{82}$

4. ชั้นตรวจสอบ

ผลต่างชั้นที่ 1 ของสามจำนวน ได้แก่ $50 - 37 = 13$, $65 - 50 = 15$, $82 - 65 = 17$

ผลต่างชั้นที่ 2 จะคงตัว เท่ากับ 2 ได้แก่ $13 - 11 = 2$, $15 - 13 = 2$, $17 - 15 = 2$

แนวคิดกิจกรรมที่ 4.5
จำนวนที่ n

แนวคิด :

2. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จำนวนที่ 20 และจำนวนที่ n

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

1, 4, 7, 10, 13, 16, ...

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิเคราะห์ $1 \quad 4 \quad 7 \quad 10 \quad 13 \quad 16 \quad \dots$
ผลต่าง $\quad \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 3$

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การค้นหาแบบรูปเพื่อแก้ปัญหา

3. ขั้นตอนการตามแผน

จำนวนที่ 1 คือ $1 = 1$

จำนวนที่ 2 คือ $4 = 1 + (1 \times 3)$

จำนวนที่ 3 คือ $7 = 1 + (2 \times 3)$

จำนวนที่ 4 คือ $10 = 1 + (3 \times 3)$

จำนวนที่ 5 คือ $13 = 1 + (4 \times 3)$

จำนวนที่ 6 คือ $16 = 1 + (5 \times 3)$

⋮

ดังนั้น จำนวนที่ 20 คือ $1 + (19 \times 3) = 58$

จำนวนที่ n คือ $1 + ((n-1) \times 3)$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ

4. ชั้นตรวจสอบ

ผลต่างแต่ละจำนวน เท่ากับ 3 จะได้ จำนวน ดังนี้

ดังนั้น $1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46$
 $49, 52, 55, 58, 61, 64, \dots n$

เช่น จำนวน ที่ 22 หาได้จาก $1 + ((n-1) \times 3)$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ

จะได้ จำนวน ที่ 22 คือ $1 + ((n-1) \times 3) = 1 + ((22 - 1) \times 3) = 64$

แนวคิดกิจกรรมที่ 5.1
โต๊ะกึ่งตัว

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

มีนักเรียนที่นั่งโต๊ะใหญ่จำนวนกี่คน

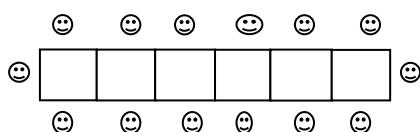
ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

นักเรียน 4 คน จะสร้างโต๊ะสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดใหญ่ โดยการวางโต๊ะสี่เหลี่ยมจัตุรัส 6 ตัวเรียงกัน

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การวาดภาพเพื่อแก้ปัญหา

3. ขั้นตอนการตามแผน



มีนักเรียนที่นั่งโต๊ะใหญ่ จำนวน 14 คน

4. ขั้นตรวจสอบ

มีนักเรียนทั้ง 14 คน

นั่งหัวโต๊ะ 2 คน (คงเหลือ 12 คน)

นั่งด้านข้าง 12 คน

ต้องใช้โต๊ะสี่เหลี่ยมจัตุรัส $12 \div 2 = 6$ ตัว

แนวคิดกิจกรรมที่ 5.2

ลูกเสือ

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ค่ายพักแรม อยู่ห่างจากโรงเรียนประมาณกี่กิโลเมตร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

เดินทางจากโรงเรียนไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้ เป็นระยะทาง 5 ก.ม

เดินทางไปทางใต้ เป็นระยะทาง 3 ก.ม

เดินทางไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้ เป็นระยะทาง 5 ก.ม

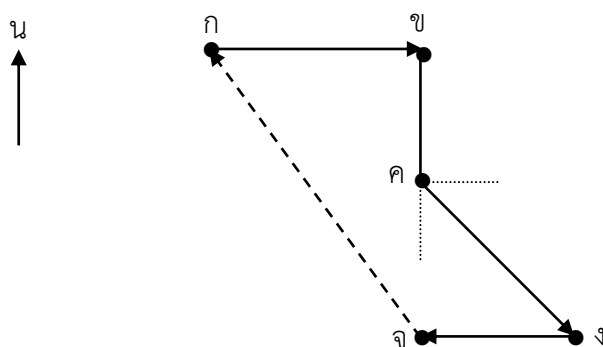
เดินทางไปทางทิศตะวันตกเป็นระยะทาง 3.5 ก.ม

2. ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การวาดภาพ และหาคำตอบโดยการวัด

3. ขั้นตอนการตามแผน

จากจุด ก ลาก กข ไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้ ยาว 5 หน่วย จากจุด ข ลาก ขค ไปทางทิศใต้ (ตั้งฉากกับ กข) และ ขค ยาว 3 หน่วย จากจุด ค ลาก คจ ไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้(ทำมุม 135 องศา กับ คข และ คจ ยาว 5 หน่วย) จากจุด ง ลาก งจ ไปทางทิศตะวันตก ยาว 3.5 หน่วย (ถ้าสร้างได้ถูกต้อง จะพบว่าจุด จ อยู่ในแนวกับ ขค) วัดระยะ กจ ได้ประมาณ 8.2 หน่วย



ดังนั้น ค่ายพักแรมอยู่ห่างจากโรงเรียน ประมาณ 8 กิโลเมตร

แนวคิดกิจกรรมที่ 5.3 บันไดมีกี่ชั้น

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ถ้าจำนวนชั้นบันไดมีน้อยกว่า 20 ชั้น บันไดนี้จะมีกี่ชั้น

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ถ้าก้าวขึ้นบันไดทีละ 2 ชั้น จะมีเศษเหลือ 1 ชั้น

ถ้าก้าวขึ้นบันไดทีละ 3 ชั้น จะมีเศษเหลือ 2 ชั้น

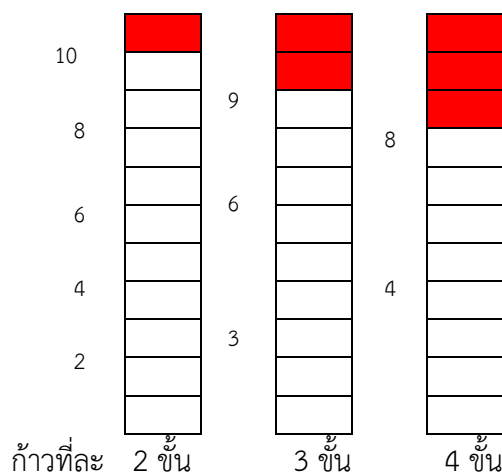
ถ้าก้าวขึ้นบันไดทีละ 4 ชั้น จะมีเศษเหลือ 3 ชั้น

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การวาดภาพ

3. ขั้นตอนการตามแผน

วาดภาพประกอบข้อมูล จะได้ดังนี้



จากรูป จะพบว่า บันไดมี 11 ชั้น

4. ขั้นตรวจสอบ

ถ้าบันได มี 11 ชั้น ก้าวทีละ 2 จะได้ 2 4 6 8 10 เหลือ 1 ชั้น

ก้าวทีละ 3 จะได้ 3 6 9 เหลือ 2 ชั้น

ก้าวทีละ 4 จะได้ 4 8 เหลือ 3 ชั้น

หรืออาจจะตรวจสอบโดย $11 \div 2$ ชั้น = 5 เศษ 1

$11 \div 3$ ชั้น = 3 เศษ 2

$11 \div 4$ ชั้น = 2 เศษ 3

แนวคิดกิจกรรมที่ 5.4

คุณพ่อยังหนุ่ม

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

สมศักดิ์อายุเท่าไร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ตอนที่สมศักดิ์อายุ 12 ปี คุณพ่อของเขาอายุ 30 ปี

ปัจจุบันคุณพ่อมีอายุเป็น 2 เท่า ของสมศักดิ์

2. ขั้่นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การวาดภาพ

3. ขั้่นดำเนินการตามแผน

วาดภาพประกอบข้อมูล จะได้ ดังนี้

สมศักดิ์	คุณพ่อ	
12	12	12
x	x	6

คุณพ่มีอายุ 2 เท่าของสมศักดิ์ จึงเขียนรูป 2 รูป

แสดงว่า อีก 6 ปี พ่อจะมีอายุเป็น 2 เท่าของสมศักดิ์

ดังนั้น สมศักดิ์ มีอายุ 18 ปี

4. ขั้่นตรวจสอบ

ตอนที่สมศักดิ์อายุ 12 ปี คุณพ่อของเขาอายุ 30 ปี นั่นคือ อายุห่างกัน 18 ปี

ถ้าปัจจุบัน พ่อจะมีอายุ 2 เท่าของสมศักดิ์ นั่นคือ 36 ปี แสดงว่า สมศักดิ์มีอายุ 18 ปี

แนวคิดกิจกรรมที่ 5.5 แบ่งอย่างไรดี

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ครั้งแรกเด็กแต่ละคนได้ขนมเท่าไร

ครั้งหลังเด็กแต่ละคนได้ขนมเท่าไร และรวมแต่ละคนได้ขนม เท่าไร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

มีขนมอยู่ 3 ชิ้น แต่ละชิ้นเท่าๆกัน ต้องการแบ่งให้เด็ก 5 คน ได้คนละเท่าๆกัน

ขั้นตอนที่ 1 แบ่งขนม 3 ชิ้น ที่มีให้แก่เด็ก 5 คน คนละเท่าๆกัน แล้วยังมีเหลือบางส่วน

ขั้นตอนที่ 2 แบ่งขนมที่เหลือให้แก่เด็ก 5 คน คนละ คนละเท่าๆกันพอดี

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การวาดภาพ

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

วาดภาพประกอบข้อมูล จะได้ ดังนี้

1/2	1/2	1/2				
1/2	1/2					

แบ่งครึ่ง 3 ชิ้น ได้ 6 ชิ้น ให้เด็ก 5 คน

ครั้งแรกเด็กแต่ละคนได้ $\frac{1}{2}$ ชิ้น เหลือไว้ $\frac{1}{2}$ ชิ้น

ครั้งหลังเด็กแต่ละคนได้ $\frac{1}{10}$ ชิ้น

รวมแต่ละคนได้ $\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$ ชิ้น

4. ชั้นตรวจสอบ

เด็ก 5 คน ได้ขนมคนละ $\frac{3}{5}$ ชิ้น รวมมีขนม ทั้งหมด $\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = 3$ ชิ้น

แนวคิดกิจกรรมที่ 6.1
หนังสือมีกี่หน้า

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

หนังสือเล่มนี้มีทั้งหมดกี่หน้าที่เขียนตัวเลขกำกับไว้

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

หนังสือ เขียนเลขหน้ากำกับไว้แต่ละหน้า ตั้งแต่ 1,2,3,... 10, ...98,... 105, ไปเรื่อยๆ

ปรากฏว่าใช้เลขโดดทั้งหมด 2893 ตัว

2. ช้้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

3. ช้้นดำเนินการตามแผน

ปรับปัญหาให้ง่ายลง โดยการแบ่งคิดเป็นช่วงๆ

หน้า	จำนวน(หน้า)	ใช้เลขโดด (ตัว)
1-9	9	9
10-99	90	$2 \times 90 = 180$
100-999	900	$3 \times 900 = 2700$
1000	1	4

รวมใช้เลขโดด **2893** ตัว

แสดงว่า หนังสือเล่มนี้มี 1000 หน้าพอดี

4. ช้้นตรวจสอบ

รวมเลขโดด $9 + 180 + 2700 + 4 = 2893$

แนวคิดกิจกรรมที่ 6.2
ตรงช่องไหนดี

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จำนวน 1000 อยู่ในแนวตั้งที่มีตัวอักษรเป็นอะไร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

จำนวนนับทั้งหมดเรียงกันตามแนวตั้ง แถวละ 7 ตั้งแต่ 1, 2, 3.....ตามแบบที่กำหนด

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การ ทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

ปรับปัญหาให้ง่ายลง โดยสังเกตว่ามีตัวเลขแถวละ ตัว ลองนำ 7 ไปหารตัวเลขเหล่านั้นดู แล้วจะพบว่าถ้ามีเศษเท่ากัน จะอยู่ในแนวตั้งเดียวกัน

เช่น $8 \div 7 = 1$ เศษ 1 , $15 \div 7 = 2$ เศษ 1 จะอยู่แนวตั้งเดียวกัน (A)

$9 \div 7 = 1$ เศษ 2 , $16 \div 7 = 2$ เศษ 2 จะอยู่แนวตั้งเดียวกัน (B)

$10 \div 7 = 1$ เศษ 3 , $17 \div 7 = 2$ เศษ 3 จะอยู่แนวตั้งเดียวกัน (C)

$11 \div 7 = 1$ เศษ 4 , $18 \div 7 = 2$ เศษ 4 จะอยู่แนวตั้งเดียวกัน (D)

$12 \div 7 = 1$ เศษ 5 , $19 \div 7 = 2$ เศษ 5 จะอยู่แนวตั้งเดียวกัน (E)

$13 \div 7 = 1$ เศษ 6 , $20 \div 7 = 2$ เศษ 6 จะอยู่แนวตั้งเดียวกัน (F)

ดังนั้น $1000 \div 7 = 142$ เศษ 6 จะอยู่แถวที่ 6 คือ แนวตั้งที่มีตัวอักษร F

4. ชั้นตรวจสอบ

$$1000 \div 7 = 142 \text{ เศษ } 6$$

$$1007 \div 7 = 143 \text{ เศษ } 6$$

$$1014 \div 7 = 144 \text{ เศษ } 6$$

นั่นคือจำนวนในแต่ละแนวตั้ง ถ้าเพิ่มขึ้นทีละ 7 จะอยู่ในแนวตั้งเดียวกัน

แนวคิดกิจกรรมที่ 6.3

$$A + B = ?$$

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จงหาค่า $A + B$

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

กำหนด A, B แทนเลขโดด 1 ถึง 9 ที่ต่างกัน

$$\text{และ } \frac{1}{3} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$$

2. ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การทำให้อยู่ในรู้อย่างง่าย

3. ขั้วดำเนินการตามแผน

ปรับปัญหาให้ง่ายลง โดยกำจัดโจทย์ใหม่เป็น

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{A} = \frac{1}{B}$$

$$\frac{A-3}{3 \times A} = \frac{1}{B}$$

$$\text{ดังนั้น } A = 4$$

$$B = 12$$

$$\text{ดังนั้น } A + B = 4 + 12$$

$$= 16$$

4. ขั้วตรวจสอบ

$$\text{ให้ } A = 4 \quad B = 12$$

$$\text{จากโจทย์ } \frac{1}{3} - \frac{1}{A} = \frac{1}{B}$$

$$\text{จะได้ } \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{4-3}{12} = \frac{1}{12} \quad \text{พอดี}$$

แนวคิดกิจกรรมที่ 6.4
จัตุรัสที่รูป

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดกี่รูป

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีขนาด 5×5 แต่ ตัดมุม ทั้ง 4 มุม ออก

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

3. ขั้นตอนการตามแผน

ปรับปัญหาให้ง่ายลง โดยการแบ่งการคิดเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส 3 ขนาด คือ 1×1 , 2×2 , 3×3

ขนาด	จำนวนรูป
1×1	21 รูป
2×2	12 รูป
3×3	5 รูป
รวม	<u>38 รูป</u>

4. ขั้นตรวจสอบ

ใช้วิธีนับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด จะได้ 38 รูป

แนวคิดกิจกรรมที่ 6.5

พ.ศ. อะไร

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จงหาผลบวกของปี พ.ศ. ที่กำหนดให้

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

$$\frac{2552 + 2551 \times 2553}{2552 \times 2553 - 1} + \frac{2553 + 2552 \times 2554}{2553 \times 2554 - 1}$$

2. ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

โจทย์ข้อนี้ถ้าคิดตรงๆ แบบปกติจะเสียเวลามาก จากข้อมูลที่กำหนดให้ จะต้องใช้กลยุทธ์การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

3. ขั้นตอนการตามแผน

ปรับปัญหาให้ง่ายลง โดยการปรับตัวเลขให้น้อยลง โดยคิดเฉพาะหลักหน่วย แล้วดูแบบรูป

$$\frac{2+1 \times 3}{2 \times 3 - 1} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\frac{3+2 \times 4}{3 \times 4 - 1} = \frac{11}{11} = 1$$

จากแบบรูปข้างต้นนำไปใช้หาผลบวกได้ $1 + 1 = 2$

ดังนั้น จากโจทย์

$$\frac{2552 + 2551 \times 2553}{2552 \times 2553 - 1} + \frac{2553 + 2552 \times 2554}{2553 \times 2554 - 1} = 2$$

4. ขั้นตรวจสอบ

ลองตรวจสอบตัวเลขตามโจทย์ดูว่าจริงหรือไม่

แนวคิดกิจกรรมที่ 7.1
เหลือส้มกี่ลูก

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จะเหลือส้มอีกกี่ลูก

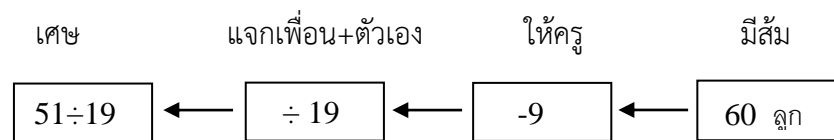
ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

มีส้ม 60 ลูก ให้คุณครู 9 ลูก ที่เหลือแบ่งให้เพื่อนๆในห้องอีก 18 คน และตัวเองด้วย
คนละเท่าๆกัน

2. ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การคิดย้อนกลับ เพื่อแก้ปัญหา

3. ขั้วดำเนินการตามแผน



$$(60 - 9) \div 19 = 51 \div 19$$

$$= 2 \text{ เศษ } 13$$

แจกเพื่อนกับตัวเอง ได้คนละ 2 ลูก

ดังนั้น เหลือส้มอีก 13 ลูก

4. ขั้วตรวจสอบ

$$9 + (19 \times 2) + 13 = 60$$

แนวคิดกิจกรรมที่ 7.2
โยเยมีเงินเท่าไร

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

เดิมโยเยมีเงินกี่บาท

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

โยเยให้เงินยูอี้ เป็นจำนวนเท่ากับที่ยูอี้มีอยู่แล้ว ต่อมายูอี้ก็ให้เงินโยเยเท่ากับที่โยเยมีอยู่

ปรากฏว่าสุดท้ายแต่ละคนมีเงิน 120 บาท

2. ช้ันวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การคิดย้อนกลับ

3. ช้ันดำเนินการตามแผน

เงื่อนไข	โยเย	ยูอี้	
สุดท้าย(ยูอี้ให้โยเยแล้ว)	120	120	เดิมโยเย
ก่อนยูอี้ให้โยเย	$120 - 60 = 60$	$120 + 60 = 180$	มีเงิน
ก่อนโยเยให้ยูอี้	$60 + 90 = 150$	$180 - 90 = 90$	

ดังนั้นเดิมโยเยมีเงิน 150 บาท

4. ช้ันตรวจสอบ

เดิมโยเยมีเงิน 150 บาท

เดิมยูอี้มีเงิน 90 บาท

โยเยให้ยูอี้ 90 บาท

ทำให้ยูอี้มีเงิน $90 + 90 = 180$ บาท

ทำให้โยเยเหลือเงิน $150 - 90 = 60$ บาท

ยูอี้คืนให้โยเย 60 บาท

ทำให้ยูอี้เหลือเงิน $180 - 60 = 120$ บาท

และโยเยเหลือเงิน $60 + 60 = 120$ บาท เท่ากัน

แนวคิดกิจกรรมที่ 7.3
ซื้อข้าวเหนียวกี่ลิตร

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

อรรถซื้อข้าวเหนียวมากี่ลิตร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

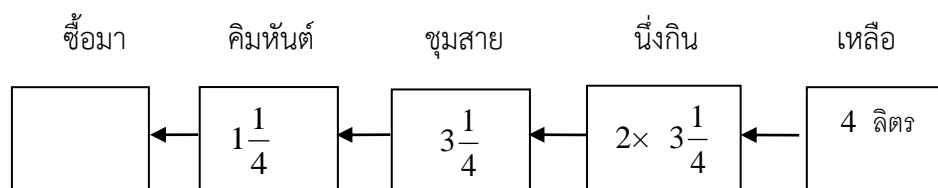
อรรถซื้อข้าวเหนียวมา 1 ถุง แบ่งให้คิมหิ้นต์ $1\frac{1}{4}$ ลิตร แบ่งให้ซุมสาย $3\frac{1}{4}$ ลิตร

และกินเองเป็น 2 เท่าของที่ให้ซุมสาย มีข้าวเหนียวเหลืออยู่อีก 4 ลิตร

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การคิดย้อนกลับ

3. ชั้นดำเนินการตามแผน



$$\begin{aligned}
 \text{ซื้อมา} &= 4 + 6\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4} \\
 &= 4 + 6 + 3 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \\
 &= 15 \text{ ลิตร}
 \end{aligned}$$

4. ชั้นตรวจสอบ

เดิมมีข้าว 15 ลิตร

$$15 - 1\frac{1}{4} - 3\frac{1}{4} - 6\frac{1}{2} = 4$$

แนวคิดกิจกรรมที่ 7.4

ร้องเรือ

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ปรารถนารวมและขุมสายออกจากบ้านเวลาใด จึงจะไปถึงท่าเรือก่อนเรือออกจากท่า 5 นาที

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

เรือออกจากท่าเวลา 14.00 น.

ต้องใช้เวลาเตรียมตัว 25 นาที

ใช้เวลาเดินทางจากบ้านถึงท่าเรือ 45 นาที

2. ขั้ววางแผนแก้ปัญห

เขียนรายการทั้งหมดที่ทั้งสองคนทำก่อนไปท่าเรือ เขียนเวลาที่ใช้ แล้วคิดแบบย้อนกลับจากเวลาที่เรือออกจากท่า 5 นาที เพื่อหาเวลาเริ่มต้น

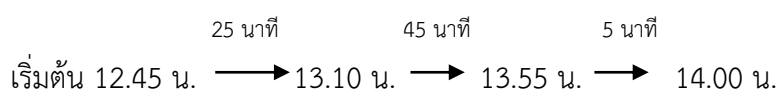
3. ขั้วดำเนินการตามแผน



ดังนั้น ออกจากบ้านเวลา 12.45 น. จึงจะไปถึงท่าเรือก่อนเรือออกจากท่า 5 นาที

4. ขั้วตรวจสอบ

คิดจากเวลาออกจากบ้านที่เป็นคำตอบของปัญหา แล้วเพิ่มเวลาที่ใช้ไปจนถึงเวลา 14.00 น. ดังนี้



แนวคิดกิจกรรมที่ 7.5
สามกิจกรรม

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

เวลาที่โอปอเริ่มกินข้าวเวลาใด

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

กินข้าวกลางวัน ใช้เวลา 35 นาที

วาดรูปใช้เวลา 1 ชั่วโมง

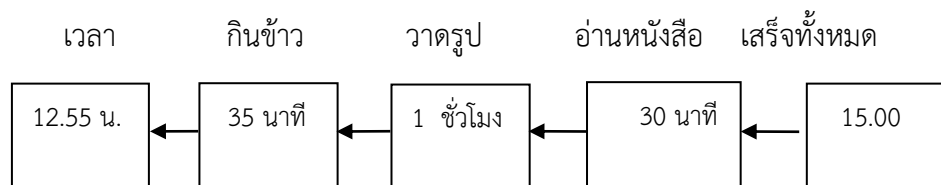
อ่านหนังสือใช้เวลา 30 นาที

เสร็จทั้งสามกิจกรรม เวลา 15.00 น.

2. ช้้นวางแผนแก้ปัญหา

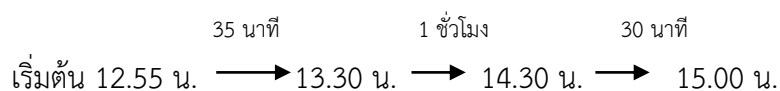
เขียนเวลาที่ใช้แต่ละกิจกรรม แล้วคิดแบบย้อนกลับจากเวลาที่เสร็จ 15.00 เพื่อหาเวลาเริ่มต้น

3. ช้้นดำเนินการตามแผน



ดังนั้นโอปอเริ่มกินข้าวเวลา 12.55 น.

4. ช้้นตรวจสอบ



แนวคิดกิจกรรมที่ 8.1

นักเรียน ป.6

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ตอนแรกนักเรียน ป.6 B มีกี่คน

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

นักเรียนชั้น ป.6 A และ ป.6 B รวมกันเป็น 80 คน

นักเรียน ป.6 A จำนวน 5 คน ย้ายมาอยู่ ป.6 B

นักเรียน ป.6 A ยังคงมากกว่านักเรียน ป.6 B อีก 2 คน

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

ป.6 A		2	5	= 80																																													
ป.6 B	B																																																
<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 150px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 20px; height: 20px; border-style: dashed;"></td> <td colspan="3"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px; height: 20px; text-align: center;">B</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="padding-left: 10px;">= 80 - 2</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 150px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="padding-left: 10px;">= 78</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px; height: 20px; text-align: center;">B</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="padding-left: 10px;">= $\frac{78}{2} = 39$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px; height: 20px; text-align: center;">B</td> <td colspan="4"></td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="padding: 10px 0 10px 20px;"> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px; height: 20px; text-align: center;">B</td> <td style="padding-left: 10px;">= 39 - 5</td> <td colspan="3"></td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="padding: 10px 0 10px 20px;">ดังนั้นนักเรียน ป.6 B มี</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="padding: 10px 0 10px 20px;">= 34</td> </tr> </table> </td> </tr> </table>										B	5	= 80 - 2					= 78			B	5	= $\frac{78}{2} = 39$			B					<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px; height: 20px; text-align: center;">B</td> <td style="padding-left: 10px;">= 39 - 5</td> <td colspan="3"></td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="padding: 10px 0 10px 20px;">ดังนั้นนักเรียน ป.6 B มี</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="padding: 10px 0 10px 20px;">= 34</td> </tr> </table>					B	= 39 - 5				ดังนั้นนักเรียน ป.6 B มี					= 34				
B	5	= 80 - 2																																															
		= 78																																															
B	5	= $\frac{78}{2} = 39$																																															
B																																																	
<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px; height: 20px; text-align: center;">B</td> <td style="padding-left: 10px;">= 39 - 5</td> <td colspan="3"></td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="padding: 10px 0 10px 20px;">ดังนั้นนักเรียน ป.6 B มี</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="padding: 10px 0 10px 20px;">= 34</td> </tr> </table>					B	= 39 - 5				ดังนั้นนักเรียน ป.6 B มี					= 34																																		
B	= 39 - 5																																																
ดังนั้นนักเรียน ป.6 B มี																																																	
= 34																																																	

4. ขั้นตรวจสอบ

นักเรียน ป.6 B มี 34 คน แสดงว่านักเรียน ป.6 A = 80 - 34

= 46 คน

แนวคิดกิจกรรมที่ 8.2
แต่ทุกคนมีเงินก็บาท

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

แต่ทุกคนมีเงินก็บาท

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

มาลาตี และ พิมลดา มีเงินรวมกัน 60 บาท แต่มาลาตีมีเงินมากกว่าพิมลดา 10 บาท

2. ขั้่นวางแผนแก้ปัญห

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ

3. ขั้่นดำเนินการตามแผน

ให้	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td style="padding: 2px 10px;">A</td><td style="padding: 2px 10px;">10</td></tr></table>	A	10	แทนเงินของมาลาตี		
A	10					
	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td style="padding: 2px 10px;">A</td></tr></table>	A	แทนเงินของพิมลดา			
A						
	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td style="padding: 2px 10px;">A</td><td style="padding: 2px 10px;">10</td></tr><tr><td style="padding: 2px 10px;">A</td><td></td></tr></table>	A	10	A		= 60
A	10					
A						
	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td style="padding: 2px 10px;">A</td></tr></table>	A	= 60-10			
A						
	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td style="padding: 2px 10px;">A</td></tr></table>	A	= 50			
A						
	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td style="padding: 2px 10px;">A</td></tr></table>	A	= 25			
A						

4. ขั้่นตรวจสอบ

พิมลดา มีเงิน 25 บาท

มาลาตี มีเงิน $25 + 10 = 35$ บาท

แนวคิดกิจกรรมที่ 8.3
เลี้ยงสัตว์

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

อรรถพลเลี้ยงไก่ เป็ด และห่านอย่างละกี่ตัว

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

อรรถพลเลี้ยงไก่ ห่าน และเป็ด รวม 24 ตัว

มีเป็ดมากกว่าไก่ 4 ตัว

มีห่านมากกว่าไก่ 2 ตัว

2. ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ

3. ขั้วดำเนินการตามแผน

สมมติว่าอรรถพล เลี้ยง

ไก่

A

 ตัว

ห่าน

A	2
---	---

 ตัว

เป็ด

A	4
---	---

 ตัว

$$\begin{array}{|c|c|} \hline A & \\ \hline A & 2 \\ \hline A & 4 \\ \hline \end{array} = 24 \text{ ตัว}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline A \\ \hline A \\ \hline A \\ \hline \end{array} = 24 - 2 - 4$$

$$= 18$$

$$\begin{array}{|c|} \hline A \\ \hline \end{array} = 6$$

4. ขั้วตรวจสอบ

แทน $A = 6$

ดังนั้น จะได้ว่า เลี้ยงไก่ 6 ตัว เลี้ยงเป็ด 10 ตัว และเลี้ยงห่าน 8 ตัว

แนวคิดกิจกรรมที่ 8.4
บัตรอวยพร

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ซินนาต้องให้บัตรอวยพรแก่อัญมณีกี่ใบ

จึงทำให้บัตรอวยพร ของซินนา และอัญมณีเท่ากัน

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ซินนา มีบัตรอวยพร 26 ใบ

อัญมณี มีบัตรอวยพร 14 ใบ

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

$$\text{ซินนา} \quad \boxed{A} \quad \boxed{B} \quad \boxed{B} \quad = 26$$

$$\text{อัญมณี} \quad \boxed{A} \quad = 14$$

$$\boxed{B} \quad \boxed{B} \quad = 12$$

$$\boxed{B} \quad = 6$$

4. ชั้นตรวจสอบ

แทนค่า $B = 6$ ซินนาต้องให้บัตรอวยพรแก่อัญมณี 6 ใบ

แนวคิดกิจกรรมที่ 8.5
จำนวนที่เรียงติดกัน

แนวคิด :

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จำนวนที่ 4 จำนวนที่เรียงติดกันจากน้อยไปมาก และมีผลบวกเป็น 40

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

จำนวนที่ 4 จำนวน มีผลบวกเป็น 40

จำนวนที่ 4 จำนวนเรียงติดกันจากน้อยไปมาก

2. ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรหรือเขียนสมการ

3. ขั้วดำเนินการตามแผน

ให้ X แทน จำนวนที่

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & x & x & x \\ \hline \end{array} = 40$$

$$\begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array} = 10$$

4. ขั้วตรวจสอบ

แทนค่า $x = 10$

$$\begin{array}{r} 10 & - & 10 & - & 10 & + & 10 \\ \hline 3 & & 1 & & 1 & & 3 \\ \hline 7 & & 9 & & 11 & & 13 \end{array}$$

จำนวนที่ 4 จำนวน เรียงติดกัน ได้แก่ 7, 9, 11, 13

บรรณานุกรม

- จิตเมธี สายสุน์. ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอิทธิพลต่อผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดเพชรบูรณ์. วิทยานิพนธ์ กศม. พิษณุโลก ; มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2534.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ในประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยาวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 – 15. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2537.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. เอกสารสำหรับผู้รับการอบรม การอบรมครูด้วยระบบทางไกล สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา หลักสูตรมาตรฐานการอบรมครู ปีที่ 3 (ฉบับปรับปรุง). โรงพิมพ์ สกสค.ลาดพร้าว. กรุงเทพฯ, 2556.
- _____. เอกสารสำหรับผู้ให้การอบรม การอบรมครูด้วยระบบทางไกล สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา หลักสูตรมาตรฐานการอบรมครู ปีที่ 3 (ฉบับปรับปรุง). โรงพิมพ์สกสค. ลาดพร้าว. กรุงเทพฯ, 2556.
- _____. คู่มือการอบรมครูด้วยระบบทางไกล สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา หลักสูตรมาตรฐานการอบรมครู ปีที่ 3 (ฉบับปรับปรุง). โรงพิมพ์สกสค.ลาดพร้าว. กรุงเทพฯ, 2556.
- _____. เอกสารประกอบการอบรม ครูคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทางสถานีโทรทัศน์เพื่อการศึกษา(ETV). บริษัท เซเว่น พรินติ้ง กรุ๊ป จำกัด, 2549.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2556.
- Bruni, J.V., February). Problem Solving for the Primary Grades. The Arithmetic Teacher. 6 : 10 –15, 1982
- Krunlik, S. Problem Solving. Massachusettes : Allyn and Bacon, 1987.
- Polya , Georgy . How to Solve it. 2nd ed. New York : Doubleday & Company , 1957.



กลุ่มนิเทศ ติดตามและประเมินผล
สำนักงานศึกษาธิการจังหวัดมหาสารคาม